



Imagerie de subsurface à partir d'une approche géophysique multi-méthode basée sur l'inversion coopérative 2 D : Nouvelle formulation théorique et applications numériques et expérimentales sur des données électriques et sismiques

Kevin Samyn

► To cite this version:

Kevin Samyn. Imagerie de subsurface à partir d'une approche géophysique multi-méthode basée sur l'inversion coopérative 2 D : Nouvelle formulation théorique et applications numériques et expérimentales sur des données électriques et sismiques. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2016. Français. NNT : 2016PA066612 . tel-01664953

HAL Id: tel-01664953

<https://theses.hal.science/tel-01664953>

Submitted on 15 Dec 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Pierre et Marie Curie

Ecole doctorale Géosciences, Ressources naturelles et Environnement (ED398)

UMR 7619 METIS

Imagerie de subsurface à partir d'une approche géophysique multi-méthode basée sur l'inversion structurale coopérative 2D

*Nouvelle formulation théorique et applications numériques et
expérimentales sur des données électriques et sismiques*

Par **Kévin SAMYN**

Thèse de doctorat de géophysique appliquée

Dirigée par Roger Guérin (METIS) et Adnand Bitri (BRGM)

Présentée et soutenue publiquement le 13 Décembre 2016

Devant un jury composé de :

Jean-François Girard	Rapporteur	Pr, Université de Strasbourg
Myriam Schmutz	Rapporteur	Pr, IPB Bordeaux
Frédéric Nguyen	Examineur	Pr, Université de Liège
Marc Pessel	Examineur	Mc HDR, Université Paris Sud, Orsay
Jean-Michel Marthelot	Examineur	Pr, Université de Strasbourg
Sylvie Leroy	Présidente du jury	Dr, UPMC
Roger Guérin	Directeur de thèse	Pr, UPMC
Adnand Bitri	Co-directeur de thèse	Dr, BRGM

A mon père,

A ma mère.

Remerciements

A l'issue de la rédaction de cette recherche, je suis convaincu que la thèse est loin d'être un travail solitaire. En effet, je n'aurais jamais pu réaliser ce travail doctoral qui s'est déroulé en parallèle à mon activité salariée au BRGM sans le soutien d'un grand nombre de personnes dont la générosité, la bonne humeur et l'intérêt manifestés à l'égard de ma recherche m'ont permis de progresser dans cette phase délicate.

En premier lieu, je tiens à remercier mon directeur de thèse, Roger Guérin, pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant d'encadrer cette étude. J'aimerais également lui dire à quel point j'ai apprécié sa grande disponibilité et son respect sans faille des délais contraints de relecture des documents que je lui ai adressés. J'ai également été extrêmement sensible à ses qualités humaines d'écoute et de compréhension.

Mes remerciements vont également à l'encadrement du BRGM qui m'a soutenu dans ce projet, et notamment : Claudie Carnec, Jean-Luc Foucher, Catherine Truffert, Jean-Christophe Gourry, Gilles Grandjean et Hubert Fabriol.

Je souhaiterais aussi adresser ma gratitude à Hervé Chauris, François Bretaudeau et Guillaume Coulouma qui se sont rendus disponibles pour ma soutenance de mi-thèse et pour les conseils qu'ils m'ont alors apportés.

Ma reconnaissance va à tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à l'égard de cette recherche.

Je remercie également Béatrice Yven et Michel Hayet de l'Andra pour avoir accepté l'utilisation des résultats du projet collaboratif dans le cadre de cette thèse.

Merci à Pascaline, ainsi qu'à Olivier Plat pour le temps qu'ils ont accordé à la relecture de ce manuscrit et à sa correction.

Ma reconnaissance et mon amour vont à ceux qui ont plus particulièrement assuré le support affectif de ce travail : ma famille ainsi que Laurie, ma compagne, pour son soutien en toutes circonstances.

Enfin, à mon collègue et co-directeur de thèse Adnand Bitri, pour m'avoir donné envie de réaliser cette thèse et pour son accompagnement inconditionnel depuis le début de ma carrière dans le champ professionnel et personnel, ma reconnaissance dépasse un simple merci. Les nouvelles responsabilités que j'endosse au sein du BRGM ont pour effet notre éloignement et la fin de notre étroite collaboration. Je ne peux y songer sans une tristesse certaine. Je tiens à lui exprimer ma profonde amitié.

Sommaire

Remerciements	2
Sommaire	4
Introduction	6
Organisation du manuscrit	9
Contributions originales	9
Chapitre 1 : Etat de l’art des problèmes direct et inverse en méthodes électrique et sismique.....	11
1.1 Problème direct en électrique	12
1.2 Problème direct en tomographie sismique.....	12
1.3 Inversion séparée	13
1.4 Inversion en tomographie électrique	15
1.5 Inversion en tomographie sismique	15
1.6 Inversion conjointe	17
1.6.1 Propriété physique commune	18
1.6.2 Propriétés physiques reliées par une ou plusieurs relations	19
1.6.3 Propriétés physiques ne présentant pas de liens entre elles	19
Conclusion.....	22
Chapitre 2 : Rappel théorique pour les tomographies électriques et sismiques	23
2.1 La tomographie électrique	24
2.1.1 Le principe d’acquisition en électrique	24
2.1.2 Le traitement des données en électrique	26
2.1.3 La modélisation en électrique	28
2.2 La tomographie sismique.....	29
2.2.1 Le principe d’acquisition en sismique.....	31
2.2.2 Le traitement des données en sismique	33
2.2.3 La modélisation en sismique	34
2.3 Champ d’application des méthodes électriques et sismiques.....	36
Conclusion.....	40
Chapitre 3 : Méthodologie de l’inversion coopérative par zonation	41
3.1 Définitions	42
3.2 Problème inverse en tomographie électrique et sismique	42
3.2.1 La fonction coût des moindres carrés.....	43
3.2.2 La méthode de Gauss-Newton	43
3.2.3 La solution des moindres carrés	44
3.3 Extraction de l’information <i>a priori</i> : zonation par classification <i>fuzzy c-means</i> (FCM).....	47
3.4 L’algorithme d’inversion coopérative	49
3.5 La mise en œuvre pratique de l’inversion coopérative.....	52
3.5.1 La discrétisation des modèles.....	53
3.5.2 Le calcul des données synthétiques.....	53
3.5.3 La résolution du système linéaire tomographique.....	55
3.5.4 Le critère d’arrêt.....	56
3.5.5 Le choix du paramètre de régularisation	56
3.5.6 L’implémentation et les performances informatiques.....	58
3.6 Application sur des données synthétiques	58
3.6.1 Modèle 1.....	59

3.6.2	Modèle 2.....	74
	Conclusion.....	89
Chapitre 4 : Application sur des données réelles		90
4.1	Contexte général	90
4.2	Objectifs de l'étude géophysique de 2016.....	92
4.3	Acquisition des données et site d'étude.....	93
4.3.1	Equipement.....	93
4.3.2	Configuration d'acquisition et implantation	93
4.3.3	Positionnement des mesures.....	94
4.3.4	Qualité des données.....	94
4.4	Traitement des données	96
4.4.1	Données électriques.....	96
4.4.2	Données sismiques	97
4.5	Information structurale supplémentaire	102
4.6	Inversion	104
	Conclusion.....	112
	Discussion	113
Conclusion générale et perspectives		115
Bibliographie.....		118
Annexes		135
	Annexe 1 – A new structural cooperative inversion approach applied to the combined tomography of DC resistivity and seismic traveltime	135
	Annexe 2 – Forage AUB121	140
Table des illustrations		141

Introduction

Les tomographies électriques et sismiques par courant continu constituent des outils d'imagerie géophysique haute résolution très efficaces et de plus en plus utilisés en hydrogéologie et d'autres domaines comme la géotechnique, le contrôle non destructif, le génie civil, etc. Les propriétés électriques et mécaniques obtenues par ces techniques (conductivité ou résistivité, vitesse sismique) constituent des estimateurs indirects de paramètres d'identification précieux. De plus, elles présentent plusieurs avantages par rapport aux méthodes conventionnelles utilisées en hydrogéologie, géotechnique, génie civil, etc. :

- elles ont en pratique une plus grande densité d'échantillonnage des données ;
- leurs coûts de mise en œuvre sont faibles ;
- elles sont peu invasives ou destructives, le milieu investigué est donc moins affecté ;
- elles couvrent des volumes très importants (régionalisation) ;
- elles constituent un bon interpolateur pour les informations acquises à partir de données ponctuelles.

La tomographie électrique permet l'estimation de la distribution de la résistivité du milieu investigué à partir de plusieurs mesures de potentiel provoqué par la circulation d'un courant continu (Binley and Kemna, 2005). Ceci peut se faire en utilisant plusieurs combinaisons d'électrodes d'injection de courant et de mesure de potentiel situées dans des forages ou en surface.

La tomographie des temps de première arrivée cherche à estimer un modèle de vitesse de propagation des ondes sismiques à partir des temps de première arrivée pointés sur les sismogrammes. Le modèle de vitesse obtenu peut par exemple permettre une interprétation structurale du milieu (Improta *et al.*, 2002 ; Zelt *et al.*, 2006) ou bien servir de modèle initial pour d'autres traitements de l'imagerie sismique (Operto *et al.*, 2006 ; Brenders and Pratt, 2007).

En général, l'estimation de paramètres physiques par tomographie géophysique consiste à résoudre un problème inverse qui est le plus souvent mal posé (Tarantola, 1987). La solution

recherchée est par conséquent non unique. Pour contrecarrer ceci, on doit régulariser le problème. La solution ainsi obtenue est incertaine, contient des artefacts, est souvent trop lisse et possède une résolution spatiale variable (Day-Lewis et Lane, 2004). C'est pour ces raisons qu'il faut, de préférence, parler de propriétés physiques estimées plutôt que de propriétés physiques vraies pour désigner les propriétés obtenues par imagerie géophysique.

Classiquement, les données électriques et sismiques sont interprétées séparément. De cette manière, chaque modèle obtenu est contraint uniquement par un seul type de données (Li and Oldenburg, 2000 ; Hautot *et al.*, 2007). Une autre approche, plus prometteuse en termes d'informations sur la structure du sous-sol, consiste à interpréter simultanément deux types de données ou plus dans une même procédure d'inversion. Ce type de technique est connu sous le nom de méthode multiparamètres ou inversion conjointe (Vozoff and Jupp, 1975 ; Tiberi *et al.*, 2003 ; Gallardo and Meju, 2007). L'inversion conjointe entre plusieurs méthodes géophysiques sensibles à différents paramètres physiques permet de lever certaines ambiguïtés lors de l'interprétation des modèles en termes de structures, problème qui peut être rencontré avec une seule méthode (Monteiro *et al.*, 2007), et réduire le nombre de modèles acceptables (Moorkamp *et al.*, 2007). Cependant, une condition nécessaire et indispensable à l'inversion conjointe est l'existence d'une relation entre les deux modèles géophysiques. Par modèle géophysique, on entend la structure ou la propriété physique.

Pour des milieux hétérogènes, il est très difficile de trouver des relations pétrophysiques liant résistivité électrique et vitesse sismique. Ces relations, si elles existent, peuvent dépendre de plusieurs paramètres, qu'il faudra déterminer par d'autres méthodes. Elles peuvent aussi être non stationnaires ou non linéaires. En revanche, la relation structurale entre les deux modèles est reliée simplement par les variations spatiales des propriétés physiques. Est-il possible de trouver une similarité structurale entre les tomographies électriques et sismiques ?

Si l'on considère l'existence d'un gradient de propriété important à l'interface d'un changement lithologique, comme par exemple à l'interface de contact entre une couche d'argile de faible résistivité et de forte vitesse sismique et d'une couche de sable de forte résistivité et de faible vitesse, les variations des deux propriétés physiques se produiront aux mêmes endroits. Ainsi, il pourrait y avoir une similarité structurale entre les modèles de résistivité électrique et de vitesse sismique. Cependant, plusieurs paramètres contrôlent les variations des deux propriétés physiques, ce qui donnerait une ressemblance structurale partielle, seulement à certains endroits.

Dans ce qui précède, nous avons pris un cas très simple pour justifier la similarité structurale entre les deux modèles géophysiques. Or, la contribution des différents paramètres qui

contrôlent la variation des propriétés physiques peut être très complexe à quantifier. De façon plus générale, nous posons comme hypothèse que le milieu investigué est vu par chacune des tomographies comme un milieu composé de plusieurs zones homogènes où la variation des propriétés physiques d'une zone à l'autre se produit dans certains cas aux mêmes endroits pour les deux tomographies.

Pour résoudre ce problème d'inversion conjointe, Linde *et al.* (2006) ont utilisé la contrainte qui force le produit vectoriel des gradients des deux modèles à être nul (Gallardo et Meju, 2003). Une difficulté majeure liée à une telle approche consiste à trouver un poids à chaque type de données (Lines *et al.*, 1988). De plus, le problème inverse est plus difficile à résoudre à cause de la non-linéarité de la contrainte et de la mise à jour globale du modèle à chaque itération par rapport aux différents types de données (Günther and Rücker, 2006a). Pour s'affranchir de ce genre de problèmes, nous proposons dans cette thèse une approche différente dite coopérative qui opère par inversion séparée tout en permettant un échange d'information structurale entre les deux types de données.

L'approche est basée sur l'introduction de l'information structurale par l'intermédiaire de modèles *a priori*. Dans un processus itératif, les modèles de résistivité et de vitesse obtenus par inversion séparée sont utilisés pour générer des modèles composés de plusieurs zones homogènes représentant chacune une certaine lithologie du milieu investigué. Cette zonation est réalisée à l'aide d'un algorithme de classification non hiérarchique *fuzzy c-means* (FCM). Contrairement à une approche par zonation classique (Paasche et Tronicke, 2007 ; Paasche *et al.*, 2012) qui introduit les modèles ainsi construits comme modèles d'entrée dans une nouvelle étape d'inversion séparée, dans l'approche proposée, le modèle *a priori* est introduit dans l'expression du terme de covariance *a priori*, sur l'espace des modèles de la solution des moindres carrés associée au problème de minimisation de la fonction coût (Tarantola, 1987). L'utilisation d'un paramètre de régularisation choisi par une méthode dérivée de la méthode *L-curve* (Günther, 1975 ; Sima, 2006) permet de pondérer l'impact du modèle *a priori* sur la solution et de réduire l'effet du biais que pourrait introduire un mauvais *a priori*.

En résumé, l'inversion coopérative permet de restreindre le nombre de solutions et d'avoir par conséquent un modèle plus réaliste. Puisqu'il n'existe pas de lien direct entre les propriétés physiques associées aux deux types de tomographie, l'inversion coopérative est rendue possible en posant l'hypothèse de la similarité structurale entre les deux modèles géophysiques. Comme les résolutions des tomographies électriques et sismiques sont spatialement complémentaires, on devrait augmenter la résolution de l'une en utilisant l'autre et vice versa.

Organisation du manuscrit

Le chapitre 1 contient une revue de littérature sur l'inversion conjointe. Après une présentation très sommaire des problèmes directs et inverses pour les tomographies électriques et sismiques, les différentes approches utilisées en inversion conjointe sont exposées.

Le chapitre 2 est consacré au cadre théorique général des tomographies électriques et sismiques. Les principes d'acquisition et de modélisation des deux tomographies sont ensuite abordés. Ce chapitre se termine par les champs d'application des méthodes électrique et sismique.

Le chapitre 3 présente l'approche d'inversion coopérative basée sur la combinaison d'une méthode Gauss-Newton de minimisation de la fonction coût et une approche zonale à l'aide d'un algorithme FCM. La première partie est consacrée aux développements théoriques de l'approche proposée. La seconde partie présente des applications de la méthode sur des cas synthétiques.

Le chapitre 4 présente les résultats obtenus avec un jeu de données réelles acquis dans le cadre d'un projet de recherche en collaboration avec l'Agence nationale pour la gestion des déchets radioactifs (Andra) pour la caractérisation d'un site d'intérêt. Après une brève description du site d'étude, les résultats obtenus en utilisant une inversion indépendante des données et une inversion avec l'approche coopérative sont comparés aux données du forage réalisé sur la zone.

Une discussion sur les avantages et les inconvénients des approches proposées est abordée dans le chapitre 5. Finalement, une synthèse des résultats et des recommandations pour de futurs travaux concluent cette thèse.

Contributions originales

De l'avis de l'auteur, les contributions principales de la thèse peuvent être résumées en ces trois points :

- développement et adaptation d'un code combiné de modélisation et d'inversion en tomographie électrique et sismique sous une architecture MATLAB® ;

- développement d'une approche d'inversion coopérative combinant une approche par "zonation" et une formulation Gauss-Newton de minimisation de la fonction coût pour l'introduction de l'information *a priori* ;
- application de l'approche développée d'inversion coopérative dans un cadre opérationnel pour un projet de l'Andra.

Chapitre 1 : Etat de l'art des problèmes direct et inverse en méthodes électrique et sismique

Ce chapitre présente une revue de littérature sur l'inversion conjointe en géophysique. En général, le problème inverse est résolu à l'aide d'algorithmes numériques. La résolution de ce problème nécessite une étape de modélisation, appelée problème direct, qui permet, à partir d'un modèle donné d'un paramètre et en utilisant les lois de la physique, de simuler des données observées (Figure 1). Ce dernier est utilisé à chaque itération dans le problème inverse dans le but de minimiser une fonction "coût". Lorsque le problème inverse combine plusieurs types de données, on parle alors d'inversion conjointe. Avant d'aborder l'inversion conjointe, nous allons tout d'abord présenter brièvement une revue de littérature sur le problème direct et l'inversion séparée en tomographie électrique et sismique.

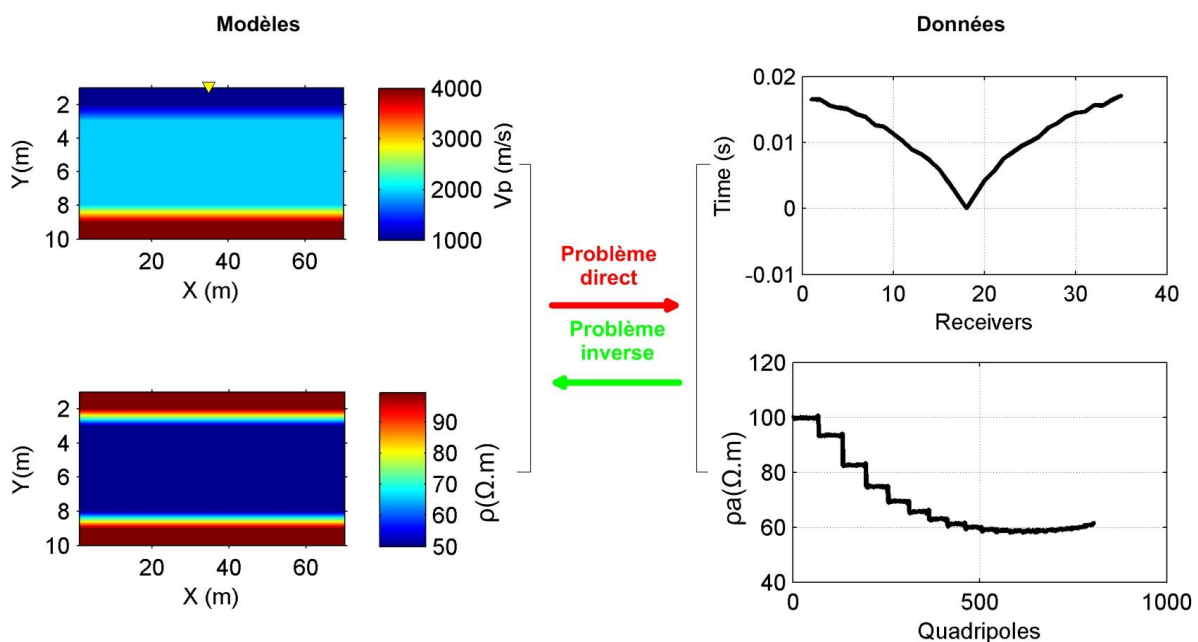


Figure 1 : Les problèmes directs et inverses en tomographie électrique et sismique relient respectivement un modèle de résistivité aux résistivités apparentes et un modèle de vitesse aux temps de première arrivée. Le triangle inversé jaune représente la position de la source sismique dans le modèle de vitesse.

1.1 Problème direct en électrique

La résolution du problème direct en résistivité électrique est abordée du point de vue de la résolution d'équations différentielles aux dérivées partielles ou d'équations intégrales par des méthodes numériques. Le problème est résolu par des formulations analytiques seulement pour des corps simples comme un terrain en couches, une sphère ou un dyke. Ces dernières constituent des outils de vérification et de validation robustes pour les méthodes numériques. Il existe plusieurs méthodes numériques pour la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles et des équations intégrales avec plusieurs variantes pour une même méthode. Cette diversité est une véritable richesse pour les modélisateurs, comme l'affirmait Hohmann (1988) : « *The numerous possibilities for theoretical and programming errors make it necessary to compare results computed by different methods before a numerical solution can be considered valid* ». Dans le cas du problème direct en électrique, on trouve un nombre abondant de publications. En général, on utilise des méthodes par différences finies, par volumes finis, par éléments finis, par équations intégrales et par les moments. Seule la méthode des moments est hybride dans le sens où elle combine formulation analytique et méthode numérique. Dans la pratique, les méthodes par différences finies et par éléments finis sont les plus utilisées. Elles présentent l'avantage d'une bonne précision et d'une faible exigence de l'espace mémoire comparées aux équations intégrales. Dans le cas de géométries complexes, comme par exemple en présence d'une topographie accidentée, la méthode par éléments finis est plus appropriée par sa précision à rendre compte des géométries.

1.2 Problème direct en tomographie sismique

Le calcul des temps de première arrivée repose sur une résolution numérique de l'équation eikonale (Červený, 2001 ; Baina, 1998). L'approche la plus couramment utilisée est la résolution par différences finies introduite par Vidale (1988). Les algorithmes ainsi définis calculent les temps de première arrivée sur des grilles cartésiennes, à partir d'un modèle de vitesse lui aussi défini sur une grille cartésienne avec le même espacement de grille. L'implémentation d'un solveur eikonal peut être décomposée en deux problèmes :

- un problème local, qui a pour objectif de définir le schéma aux différences finies utilisé pour calculer le temps de première arrivée en un point donné de la grille en fonction des valeurs de temps des points voisins ;

- un problème global, qui permet de déterminer dans quel ordre les points de la grille doivent être considérés.

L'article de Vidale (1988) a rapidement été suivi par des dizaines d'articles introduisant des variantes de schémas aux différences finies développées pour améliorer la rapidité, la robustesse, la stabilité ou la précision par exemple (van Trier and Symes, 1991 ; Podvin and Lecomte, 1991 ; Qin *et al.*, 1992 ; Pica, 1997). De nombreux articles continuent d'être publiés chaque année sur le sujet, donnant ainsi naissance à des nouveaux noms de méthodes telles que la *Fast Marching Method* (Sethian, 1996 ; Popovici and Sethian, 1998), ou la *Fast Sweeping Method* (Boué and Dupuis, 1999 ; Zhao, 2005). Des variantes de ces méthodes permettent aussi de prendre en compte par exemple l'anisotropie du milieu (Lecomte, 1993 ; Qian *et al.*, 2007), ou bien encore de réaliser une implémentation parallèle de l'algorithme (Zhao, 2006).

La résolution par différences finies de l'équation eikonale fournit une grille des temps de première arrivée en tout point du modèle. Il est alors ensuite possible de tracer les rais qui relient la source aux récepteurs de manière *a posteriori* (Podvin and Lecomte, 1991 ; Baina, 1998). Une méthode de calcul de la trajectoire des rais *a posteriori* repose sur le principe de stationnarité proposé par Vidale (1988). On part du récepteur, pour une meilleure stabilité numérique, et on avance itérativement vers la source en suivant la direction opposée au gradient des temps. Ce gradient est estimé localement par un schéma aux différences finies centré sur un nœud du réseau ou bien sur le centre de la maille selon leur proximité de la position du point courant. Le tracé de rais *a posteriori* réalisé pour toutes les positions des couples source-récepteur permet alors de calculer la matrice des dérivées partielles. On calcule pour cela en chaque maille du modèle la longueur du segment du rai qui la traverse.

1.3 Inversion séparée

On trouve les principes de base de l'inversion en géophysique dans plusieurs livres et articles de références (Tikhonov and Arsénine, 1977 ; Menke, 1984 ; Tarantola and Valette, 1982 ; Tarantola, 1987 ; Meju, 1994 ; Parker, 1994 ; Sen and Stoffa, 1995 ; Zhdanov, 2001). En général, la résolution d'un problème inverse en tomographie géophysique consiste à estimer une ou plusieurs propriétés physiques à partir de mesures physiques qui leur sont liées par l'intermédiaire d'un modèle direct (Figure 1). Par exemple, la résistivité électrique est estimée à partir des mesures de potentiel électrique et la vitesse sismique est estimée à partir de la mesure de la première arrivée des ondes sismiques. Il faut noter que les propriétés physiques

peuvent être mesurées en laboratoire sur de petits échantillons, on parle dans ce cas de propriétés vraies qui peuvent être différentes des propriétés estimées par inversion.

Lors de la résolution d'un problème inverse, il est nécessaire de répondre à trois questions fondamentales : existe-il une solution ? est-elle unique ? est-elle stable ? Selon Hadamard (1902), le problème est dit bien posé si la réponse à toutes ces questions est oui. Dans le cas contraire, le problème est dit mal posé. L'existence d'une solution est évidente d'un point de vue physique puisque le milieu investigué sur lequel les mesures sont réalisées est bien réel. D'un point de vue mathématique, la question de l'existence est un peu plus compliquée puisque le modèle direct retenu pourrait s'avérer inadéquat pour expliquer entièrement les données mesurées. En effet, comme les mesures sont bruitées et que ce bruit ne peut être décrit par les équations de la réponse géophysique, il est fort probable de ne pas pouvoir trouver un modèle dont la réponse géophysique ajuste parfaitement les données mesurées. En ce qui concerne l'unicité de la solution, elle n'a été démontrée théoriquement que pour quelques problèmes très simples en géophysique. En général, plusieurs modèles peuvent donner une même réponse géophysique. Finalement, la plupart des problèmes inverses en géophysique sont instables. Deux jeux de données peuvent être équivalents à une erreur près mais leurs modèles générés par inversion sont complètement différents.

Hadamard (1902) considérait que tout problème mal posé ne peut avoir une signification physique ou mathématique. Cette intuition s'est révélée fausse avec l'avènement de la théorie de la régularisation introduite par Tikhonov (1963) pour la résolution des problèmes mal posés dans le cadre de l'analyse fonctionnelle. Une solution régularisée est une solution qui minimise un critère composite tenant compte de la fidélité aux données mesurées et de la fidélité à une information *a priori*. Ce critère est mis sous la forme :

$$\Phi[m] = \Phi_d[m] + \beta \Phi_m[m] \quad (1)$$

où la fonctionnelle Φ représente la fonction "coût" à minimiser, m le vecteur des paramètres du modèle, Φ_d la fonctionnelle qui permet à la solution d'être, jusqu'à un certain point, fidèle aux données, Φ_m la fonctionnelle qui permet de renforcer certaines propriétés souhaitables qui résument notre connaissance *a priori* du modèle (de la solution) et enfin β le coefficient de régularisation qui détermine le compromis entre l'ajustement des données (Φ_d) et la fidélité à l'*a priori* (Φ_m). Cet *a priori* est une aberration mathématique, mais, en science appliquée, il permet de guider la solution vers une solution physiquement réaliste. Le rôle de l'expert est alors primordial.

Il faut noter que la régularisation des problèmes mal posés peut être aussi abordée dans un cadre probabiliste (Tarantola, 1987).

Il existe un nombre abondant de publications qui traitent de l'inversion en tomographie électrique et sismique. Dans ce qui suit, nous allons donner quelques références sur les différents algorithmes utilisés pour chacune des techniques.

1.4 Inversion en tomographie électrique

Dans le cas de la tomographie électrique, le problème inverse est non linéaire et mal posé (résolution du modèle supérieure à la taille des objets du milieu réel, influence de la qualité des données, étude d'un milieu 3D alors que le modèle caractérise un milieu 2D en tomographie électrique 2D). Il est le plus souvent résolu par moindres carrés régularisés en utilisant des algorithmes de descente (Lytle *et al.*, 1980 ; Smith and Vozoff, 1984 ; Constable *et al.*, 1987 ; Sasaki, 1989 ; Labrecque and Ward, 1990 ; Daily and Owen, 1991 ; Li and Oldenburg, 1992 ; Ellis and Oldenburg, 1994 ; Loke and Barker, 1995 ; Loke and Barker, 1996 ; Labrecque *et al.*, 1996 ; Farquharson and Oldenburg, 1998 ; Yi *et al.*, 2003 ; Günther and Rücker, 2006a ; Günther *et al.*, 2006). D'autres algorithmes sont aussi utilisés comme par exemple la rétroprojection (Shima, 1992), la décomposition en valeurs singulières (Friedel, 2003), la reconstruction itérative simultanée (SIRT : *simultaneous iterative reconstruction technique*) (Dines and Lytle, 1979, 1981). Le problème inverse a aussi été résolu par des méthodes stochastiques comme l'approche bayésienne par un estimateur maximum *a posteriori* (MAP) (Pous *et al.*, 1987 ; Mackie *et al.*, 1988 ; Park and Van, 1991 ; Zhang *et al.*, 1995 ; Zhang *et al.*, 1996 ; Yang and Labrecque, 1998 ; Maillot *et al.*, 1999) ou des algorithmes de type recuit simulé (Chunduru *et al.*, 1995 ; Pessel and Gibert, 2003) ou génétiques.

1.5 Inversion en tomographie sismique

La détermination de la mise à jour du modèle passe par la résolution au sens des moindres carrés du système linéaire tomographique. Plusieurs méthodes de résolution de système algébrique ou d'estimation de l'inverse généralisé correspondant existent. On peut en distinguer deux classes : les méthodes de résolution directe comme la factorisation de Cholesky, la décomposition (LU) d'une matrice comme produit d'une matrice triangulaire

inférieure L et une matrice triangulaire supérieure U , ou la décomposition par valeurs singulières et les méthodes de résolution itérative comme les méthodes de projection et de reconstruction. Les caractéristiques de la matrice des dérivées partielles sont sa grande taille, le fait qu'elle contient essentiellement des éléments nuls, et son mauvais conditionnement, dû à la couverture inhomogène des rais. Ces caractéristiques font que les méthodes itératives sont les mieux adaptées à la résolution du système tomographique (van der Sluis and van der Vorst, 1987 ; Baina, 1998).

Les méthodes de reconstruction ont pour principe général de rétropropager à chaque itération les résidus des temps sur les mailles traversées par les rais calculés pour un modèle donné. Cette rétropropagation est pondérée par des coefficients liés à la couverture des rais dans chaque maille. La méthode de reconstruction la plus répandue est la méthode itérative simultanée (SIRT). van der Sluis and van der Vorst (1987) ont prouvé théoriquement la convergence de cette méthode vers une solution au sens des moindres carrés pondérés. A partir de cette formulation commune, de nombreuses variantes ont été développées pour améliorer la rapidité de convergence (Zelt and Barton, 1998) ou bien prendre en compte les volumes de Fresnel (Watanabe *et al.*, 1999 ; Grandjean and Sage, 2004). L'avantage principal des méthodes de reconstruction est leur simplicité de mise en œuvre. Par contre, ces méthodes souffrent d'une renormalisation intrinsèque qui modifie le système linéaire à résoudre et donc la solution obtenue (van der Sluis and van der Vorst, 1987).

Concernant les méthodes de projection, la méthode la plus utilisée est la méthode *Sparse Equation and Least Squares* (LSQR) développée par Paige and Saunders (1982). Dans son principe, cette méthode ressemble à la fois à la méthode itérative du gradient conjugué et à l'inversion par décomposition par valeurs singulières, de façon à tirer profit des avantages des deux méthodes simultanément (Baina, 1998). La méthode LSQR, en calculant à chaque itération des estimateurs de la valeur du conditionnement, permet de prévenir les instabilités numériques. Nolet (1985) a montré, lors d'une étude comparative, que l'algorithme LSQR est supérieur aux algorithmes de reconstruction, tant du point de vue de la vitesse de convergence que de la stabilité numérique. De nombreux algorithmes de tomographie des temps de première arrivée utilisent l'algorithme LSQR pour déterminer la mise à jour du modèle, par exemple (Spakman and Nolet, 1988 ; Le Meur, 1994 ; Baina, 1998 ; Zelt and Barton, 1998).

1.6 Inversion conjointe

Plusieurs auteurs en géophysique se sont intéressés au problème inverse dans le cadre de l'inversion de plusieurs types de données (Vozoff and Jupp, 1975 ; Sasaki, 1989 ; Lines *et al.*, 1988 ; Haber and Oldenburg, 1997 ; Bosch, 1999, 2001 ; Kozlovskaya, 2001 ; Gallardo and Meju, 2003 ; Gallardo *et al.*, 2005 ; Günther and Rücker, 2006a). Kozlovskaya (2001) rapporte que dès les années 60, dans l'ex-Union soviétique, Goltsman et Kalinina se sont intéressés au problème d'un point de vue théorique. Leurs travaux ont fait l'objet de plusieurs publications en langue russe dont un livre de référence en inversion (Goltsman, 1982).

L'inversion conjointe est définie ici comme étant l'estimation d'un ou de plusieurs modèles géophysiques compatibles avec plusieurs types de données géophysiques. Elle peut être simultanée ou coopérative. Dans le premier cas, deux ou plusieurs jeux de données sont utilisés pour former une seule fonction coût à minimiser. Ainsi, l'inversion est exécutée simultanément sur tous les jeux de données. Dans une inversion coopérative, le résultat de l'inversion du premier jeu de données est utilisé pour inverser le deuxième jeu de données, et vice versa, jusqu'à ce que l'algorithme converge. D'un point de vue mathématique, l'inversion simultanée correspond à l'optimisation d'une fonction multi-objectifs. Cette dernière prend en compte l'ajustement des deux types de données, des *a priori* sur les modèles et enfin de la fonction qui relie les deux modèles. Elle peut être exprimée comme suit dans l'exemple de données électriques et sismiques :

$$\Phi[\rho, s] = p_1 \Phi_d[\rho] + p_2 \Phi_d[s] + \beta_1 \Phi_m[\rho] + \beta_2 \Phi_m[s] + \lambda \Phi_c[\rho, s] \quad (2)$$

La fonctionnelle Φ représente la fonction "coût" à minimiser, ρ est le vecteur des résistivités, s est le vecteur des lenteurs (inverse des vitesses sismiques), $\Phi_d[\rho]$ et $\Phi_d[s]$ représentent respectivement les fonctions d'ajustement des données des tomographies électriques et sismiques, $\Phi_m[\rho]$ et $\Phi_m[s]$ représentent les fonctions de régularisation des modèles de résistivité et de lenteur, β_1 et β_2 sont les coefficients de régularisation des tomographies électriques et sismiques, λ est le multiplicateur de Lagrange et $\Phi_c[\rho, s]$ est la fonction qui permet de relier les deux paramètres physiques. Une telle approche comporte certains obstacles qu'il faut surmonter. Le plus difficile consiste à déterminer les poids associés à l'ajustement des deux jeux de données (Lines *et al.*, 1988). On prend souvent par défaut un poids unité pour l'ensemble des types de données. De plus, la minimisation d'une telle fonction est beaucoup plus compliquée que celle de l'inversion séparée, surtout dans le cas où

Φ_c est une fonction non linéaire. Pour éviter ce problème, l'inversion coopérative prend séparément l'inversion électrique et sismique et permet un échange d'informations entre les deux dans un processus itératif. On définit une fonction coût pour chaque jeu de données (eq 1). Habituellement, à l'aide d'un algorithme itératif et à chaque itération, le résultat de la minimisation de la première fonction est alors utilisé comme information *a priori* dans la deuxième et vice versa. L'inconvénient majeur d'une telle approche provient du biais que pourrait introduire une des inversions sur l'autre (Lines *et al.*, 1988). L'approche d'inversion coopérative qui sera développée dans le cadre de ce mémoire permettra de s'affranchir de ce biais.

Les méthodes utilisées pour l'inversion conjointe en géophysique peuvent être regroupées en trois grandes familles : la méthode estimant une seule propriété physique commune aux différents types de données, la méthode estimant plusieurs propriétés physiques qui sont reliées par des relations connues et enfin la méthode estimant plusieurs propriétés physiques disparates ne présentant pas de lien direct entre elles. Il faut noter que, bien que cette classification englobe la majorité des publications dans le domaine, celle-ci n'est pas unique et il se peut que certaines publications n'entrent pas nécessairement dans une des classes définies.

1.6.1 Propriété physique commune

Cette méthode regroupe l'inversion des données géophysiques qui sont sensibles à une même propriété physique comme c'est le cas par exemple de l'inversion des données de résistivité électrique de courant continu et des données d'induction électromagnétique (Vozoff and Jupp, 1975). En effet, les deux méthodes permettent d'estimer la résistivité électrique. La méthode électrique a une meilleure définition des milieux résistants contrairement à l'électromagnétisme qui distingue mieux les milieux conducteurs. Les données peuvent être inversées simultanément ou séquentiellement. Il existe un nombre important de publications qui traitent de ce sujet. On peut citer les travaux de Vozoff and Jupp (1975), Oldenburg (1978) et Sasaki (1989) pour l'inversion conjointe des données électriques et de magnétotellurique, Raiche *et al.* (1985) et Albouy *et al.* (2001) pour l'inversion des données électriques et électromagnétiques dans le domaine du temps (TDEM), Dal-Moro and Pipan (2007) et Luo *et al.* (2007) pour l'inversion sismique en utilisant différentes ondes sismiques (ondes de volumes, ondes de surfaces, etc).

1.6.2 Propriétés physiques reliées par une ou plusieurs relations

Dans beaucoup de cas en géophysique, il est possible d'établir des relations entre les paramètres physiques utilisés en inversion. Ces relations peuvent être théoriques, empiriques ou semi-empiriques, spécifiques au site investigué. Ainsi, il existe par exemple des relations entre la densité et les vitesses sismiques, la résistivité et la teneur en eau, etc. Comme il n'existe pas de relations directes entre la résistivité électrique et les vitesses sismiques, il n'est pas intéressant de s'étendre sur la description de ces techniques d'inversion. On peut pour ce type d'approche citer les travaux de Zeyen and Achauer (1997), Tondi *et al.* (2000) et Afnimar *et al.* (2002).

1.6.3 Propriétés physiques ne présentant pas de liens entre elles

Lorsque la relation entre des propriétés physiques est complexe ou inexistante, l'inversion conjointe est rendue possible, selon les cas, par la recherche de modèles possédant une certaine similarité structurale ou géométrique, par zonation lithologique ou en utilisant des méthodes stochastiques.

1.6.3.1 Approche structurale

On trouve dans la littérature géophysique plusieurs publications utilisant le lien structural, qu'on peut séparer en trois groupes distincts. Le premier concerne l'inversion séquentielle ou contrainte qui utilise la structure de l'une des tomographies pour contraindre l'autre. Par exemple, Lines *et al.* (1988) proposent d'inverser séquentiellement des données gravimétriques et sismiques. L'hypothèse de départ consiste à supposer que les interfaces de changement de propriétés physiques sont identiques pour les modèles de densité et de vitesse. Autrement dit, il y a une seule structure pour les deux modèles. L'inversion sismique permet tout d'abord de délimiter les différentes couches de vitesse sismique. Par la suite, un modèle de densité est construit à partir des profondeurs du modèle de vitesse et des logs de densité. Celui-ci est utilisé comme modèle de départ dans l'inversion gravimétrique. Saunders *et al.* (2005) proposent, par ailleurs, l'utilisation d'un tenseur calculé à partir de la courbure de l'image obtenue par une tomographie sismique pour contraindre la tomographie de résistivité électrique dans le cas anisotrope.

Le deuxième groupe englobe les méthodes qui définissent une fonction pour exprimer le lien structural entre les différents modèles géophysiques. Ainsi, Haber and Oldenburg (1997) ont

utilisé la courbure pour construire une fonction de régularisation qui a permis d'inverser conjointement des données gravimétriques et des données de tomographie sismique. Cette fonction est nulle lorsque la courbure est en dessous d'un premier seuil et vaut 1 lorsque la courbure est au-dessus d'un deuxième seuil. Une interpolation polynomiale d'ordre 3 est utilisée entre les deux seuils pour assurer la continuité de la fonction. Une telle approche reste cependant très restrictive dans le sens où l'on impose la structure de l'une des méthodes à l'autre. De plus, elle nécessite la détermination de seuils qui permettent d'imposer ou non cette contrainte. Gallardo and Meju (2003) remédient aux restrictions imposées par une telle contrainte en introduisant la contrainte du produit vectoriel des gradients nul. D'un point de vue physique cela signifie que les changements structuraux (gradients des modèles géophysiques) doivent être parallèles pour que le produit vectoriel s'annule, ou que les changements structuraux se produisent seulement dans l'une des tomographies - l'autre reste homogène - ce qui annule le gradient et donne par conséquent un produit vectoriel nul. Cette approche a été appliquée avec succès sur des données électriques et de sismique réfraction (Gallardo and Meju, 2003, 2004) et a été appliquée par les auteurs au traitement des images (Gallardo *et al.*, 2005). Elle a aussi été appliquée en tomographie sismologique (Tryggvason and Linde, 2006) pour l'inversion des vitesses des ondes P et des ondes S, ainsi que pour l'inversion des données audio-magnétotelluriques et de sismique réfraction (Meju and Gallardo, 2006).

Le dernier groupe ressemble beaucoup à de l'inversion contrainte, la seule différence réside dans le fait que l'échange d'information ne se fait pas de façon séquentielle mais à chaque itération de l'inversion séparée. Günther and Rücker (2006a) proposent une idée simple et originale. Ils utilisent parallèlement les inversions robustes (Claerbout and Muir, 1973) de données électriques et sismiques en procédant à l'échange réciproque des matrices de pondération qui sont appliquées à la matrice de rugosité. Cela permet un échange d'informations structurales entre les deux tomographies sans imposer aux deux structures d'être identiques. Il est à noter que l'inversion robuste permet de mieux mettre en évidence les discontinuités des propriétés physiques contrairement à l'inversion lisse. Lelièvre (2009) propose une approche similaire en utilisant la somme des gradients des images obtenues par inversion pour extraire l'information structurale. À l'instar de l'approche proposée par Günther and Rücker (2006a), cette information structurale est traduite par une matrice de pondération qui est appliquée à la matrice de rugosité.

1.6.3.2 Approche par zonation

Nous avons préféré de ne pas mettre l'approche par zonation dans la même catégorie que l'approche structurale car celle-ci utilise la similarité structurale de manière indirecte par l'utilisation de modèles *a priori* construits à partir des inversions séparées. L'approche par zonation consiste tout d'abord à délimiter les grandes zones lithologiques à partir des propriétés physiques obtenues par inversion séparée et à faire correspondre, à chacune d'elle, une valeur représentative. Les modèles ainsi construits peuvent être utilisés comme modèles initiaux dans une inversion subséquente. Ceci est fait selon une procédure itérative. Hyndman *et al.* (1994) proposent une approche par zonation, nommée par les auteurs "*split inversion methodology*" pour l'inversion conjointe des données de tomographie sismique de vitesse et d'un essai de traceur. Tout d'abord, les grandes zones lithologiques sont identifiées à partir de l'histogramme des vitesses sismiques obtenues par une première inversion des temps d'arrivées sismiques. Cette zonation est utilisée pour construire les modèles initiaux de vitesse et de conductivité hydraulique pour une deuxième inversion séparée. Le résultat obtenu par cette deuxième étape est à son tour utilisé pour construire de nouveaux modèles initiaux pour une dernière inversion séparée des données de tomographie sismique et de concentration de traceur. Paasche and Tronicke (2007) ont présenté une approche similaire en introduisant l'analyse par classification FCM pour réaliser la zonation lithologique. Cette approche a été appliquée avec succès pour l'inversion coopérative des données de vitesse des tomographies radar et sismique pour un cas synthétique en hydrogéophysique (Paasche and Tronicke, 2007) et dans un cas réel pour la détection de cavités dans une construction en brique et en béton (Paasche *et al.*, 2006).

1.6.3.3 Approche stochastique

Dans cette catégorie, on s'intéresse aux algorithmes stochastiques qui recherchent le minimum global tels que les algorithmes génétiques et le recuit simulé. Monteiro Santos *et al.* (2006) ont utilisé un algorithme de type recuit simulé pour inverser conjointement des données gravimétriques et électriques dans le cas 1-D. À l'instar de la résistivité, ils posent l'hypothèse que les variations de la densité sont dues principalement aux variations de la saturation en eau et de la porosité, ce qui permet de supposer que les interfaces de changement des propriétés physiques sont communes aux modèles de résistivité et de densité. Moorkamp *et al.* (2007) ont proposé de résoudre le problème inverse conjoint des données de télésismique et de magnétotellurique dans le cas 1-D par un algorithme génétique. Bosh

(1999) propose une approche originale en abordant la résolution du problème inverse conjoint dans un cadre bayésien en considérant comme variable principale un modèle de lithologie qu'il appelle "*lithotype*". Le rapport entre les propriétés physiques et la lithologie est obtenu à partir d'études pétrophysiques ou géostatistiques. Toute l'information est traduite en termes de densités de probabilité, qui sont ensuite rassemblées, à l'aide de la règle de Bayes, sous la forme d'une densité de probabilité *a posteriori*, qui est à son tour échantillonnée par un algorithme de type "Markov Chain Monte Carlo" (MCMC). Ces types d'algorithmes d'optimisation globale sont moins utilisés en tomographie géophysique principalement à cause de leur complexité et au temps de calcul important (Kozlovskaya, 2001), mais font cependant l'objet de travaux récents (Chevalier, 2014)

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art des méthodes d'inversion conjointe en incluant quelques références sur le problème direct et inverse dans le cas des tomographies électrique et sismique. Nous avons vu que l'inversion de plusieurs types de données pouvait se faire de façon séquentielle ou simultanée. Nous avons aussi fait une classification des différentes approches en se basant sur les propriétés physiques associées à chaque type de données. Ainsi, trois différentes classes ont pu être mises en évidence. Il s'agit des méthodes où une seule propriété physique doit être estimée en utilisant plusieurs types de données, des méthodes qui utilisent le lien entre les propriétés physiques et enfin les méthodes utilisant des propriétés physiques disparates. L'inversion conjointe des données de tomographie électrique et sismique fait partie de la dernière classe. Nous avons identifié deux groupes dans cette classe. Le premier utilise explicitement la similarité structurale et l'impose comme une contrainte dans le système d'inversion. Le deuxième groupe d'approches utilise indirectement le lien structural en construisant des modèles initiaux *a priori* par la zonation des modèles obtenus par inversion séparée.

Chapitre 2 : Rappel théorique pour les tomographies électriques et sismiques

Ce chapitre est consacré à une présentation des tomographies électrique et sismique. Nous invitons les lecteurs non familiers avec ces techniques à consulter par exemple Loke (2009) ou Reynolds (1997) pour la tomographie électrique et Aki and Lee (1976) ou Taillandier (2008) pour la tomographie sismique.

La résolution d'un problème de tomographie en géophysique permet d'estimer la distribution spatiale de la propriété physique du milieu investigué à partir des données mesurées et d'un modèle mathématique dit problème direct.

Les méthodes électriques, communément appelées méthodes électriques à courant continu, ou méthodes électriques DC (de l'anglais *direct current*), utilisent la circulation d'un courant « continu » pour déterminer la résistivité apparente du sous-sol. Elles mesurent l'intensité du courant et la différence de potentiel entre les différentes électrodes d'un dispositif de mesure suivant une géométrie donnée d'électrodes, par exemple : pôle-pôle, pôle-dipôle, dipôle-dipôle, etc. L'étude de la distribution du potentiel ainsi mesuré nous renseigne sur la distribution des résistivités apparente du milieu investigué (Dahlin, 2004 ; Binley and Kemna, 2005). Les résistivités vraies de chacune des cellules du modèle sont ensuite établies dans un processus itératif en fonction des écarts entre les résistivités apparentes observées et calculées (appelés résidus) jusqu'à converger vers un modèle de résistivités vraies final minimisant ces résidus.

La méthode sismique utilise quant à elle la propagation des ondes sismiques pour imager le sous-sol ou déterminer ses propriétés mécaniques en se basant sur l'étude des temps de trajet des ondes de volume (P ou S) se propageant dans toutes les directions à partir d'un point source. La tomographie sismique permet plus particulièrement d'imager les variations de vitesses du sous-sol en 2D ou 3D à partir des temps d'arrivée observés sur les enregistrements sismiques. L'approche générale se base sur l'hypothèse selon laquelle une source sismique produit un signal avec des longueurs d'onde très faibles par rapport à la taille des hétérogénéités rencontrées dans le milieu traversé (approximation haute fréquence). Dans ce cas, la propagation d'une onde sismique peut être correctement modélisée par des rais qui se propagent depuis les positions de source vers les positions de récepteur à travers un modèle discret du milieu dont chaque cellule est associée à une vitesse. Les vitesses de chacune des cellules du modèle sont ensuite corrigées dans un processus itératif en fonction des écarts

entre les temps observés et calculés (appelés résidus) jusqu'à converger vers un modèle de vitesse final minimisant ces résidus (Lehmann, 2007 ; Nowack and Li, 2009).

2.1 La tomographie électrique

La tomographie de résistivité électrique (ERT pour *Electrical Resistivity Tomography* en anglais) ou imagerie de résistivité électrique, ou encore par abus de langage panneau électrique, est une méthode géophysique permettant d'obtenir la distribution de la résistivité électrique des matériaux (roches ou structures) en profondeur (2D et 3D selon le dispositif d'acquisition mis en place et les procédés d'inversion/modélisation appliqués) à partir de mesures de potentiel électrique en surface. La prospection électrique (initialement basée sur quatre électrodes) est automatisée en ERT le long d'un profil multi-électrodes (2D) ou sur une surface (3D). Ce type d'acquisition présente l'avantage de fournir des résultats fiables en 2D ou 3D, et d'être rapidement mis en œuvre.

2.1.1 Le principe d'acquisition en électrique

Le principe de base de la prospection électrique est d'injecter dans le sol un courant électrique d'intensité I entre deux électrodes A et B et de mesurer la différence de potentiel ΔV induite entre une autre paire d'électrodes M et N (Figure 2).

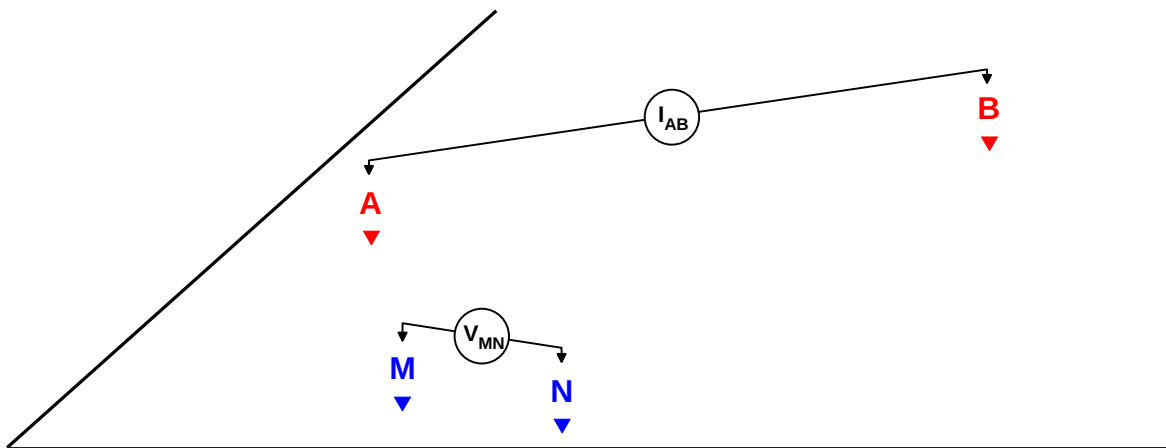


Figure 2 : Principe de la mesure en courant électrique continu.

A partir de la valeur du courant injecté I , de la mesure de la différence de potentiel ΔV et de l'écartement entre les différentes électrodes, on peut déterminer une grandeur appelée ρ_{app} : la résistivité électrique apparente du sous-sol sur base de la loi d'Ohm :

$$\rho_{app} = K \times \frac{\Delta V}{I} \quad ;$$

(3)

où K est un facteur dépendant de la géométrie du dispositif de mesure (Figure 2) :

$$K = 2\pi \times \left[\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}} \right]^{-1} \quad (4)$$

au-dessus d'un $\frac{1}{2}$ espace.

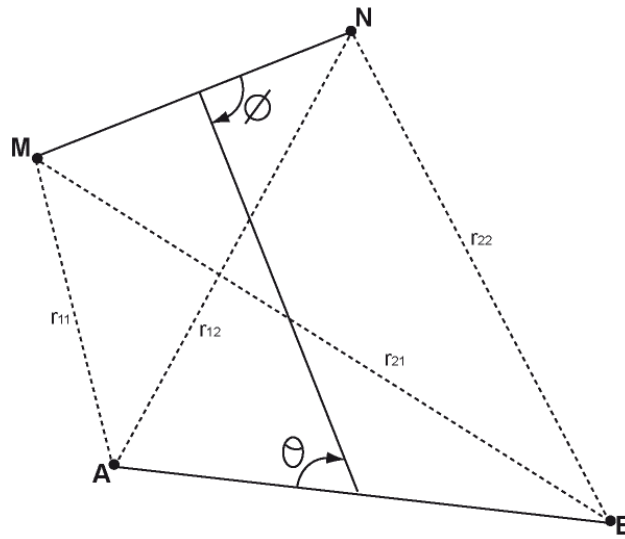


Figure 3 : Disposition générale d'électrodes où A et B sont les électrodes de courant, M et N, les électrodes de potentiel ($0 < \theta, \Phi < \pi$).

La résistivité apparente d'un terrain hétérogène correspond à la résistivité d'un terrain homogène qui, pour une configuration identique des électrodes et un même courant injecté, donnerait la même mesure ΔV . Elle est fonction de la résistivité, de la géométrie des diverses couches et de la disposition des électrodes. Il existe plusieurs dispositifs d'électrodes utilisés en pratique : Schlumberger, Wenner- α , dipôle-dipôle, pôle-pôle, etc. Pour plus de détails, on trouvera dans Dahlin (2004) une revue des principaux dispositifs de mesure en tomographie électrique ainsi qu'une étude sur les avantages et les inconvénients de chacun d'entre eux. Dans la pratique, il n'existe pas de dispositif universel adapté à tous les cas de figure. Le choix dépend du niveau de bruit sur le site de mesure, de la géométrie de la structure qu'on veut imager, de la résolution recherchée et de la rapidité de l'acquisition par rapport aux

phénomènes transitoires qu'on veut étudier ou du temps nécessaire pour réaliser les mesures (Binley and Kemna, 2005).

Après filtrage des données brutes de résistivité apparente (mesurées sur le terrain) sur la base de critère de qualité, de courant émis ou de potentiel mesuré, celles-ci sont agencées de manière à obtenir une coupe (pseudo-section) de résistivité apparente du sous-sol. Cette dernière est construite (automatiquement) en reportant conventionnellement la valeur de la résistivité apparente mesurée au centre du dispositif et à une pseudo-profondeur dépendant de l'écartement entre les électrodes. On obtient ainsi une section des résistivités apparentes en fonction d'une pseudo-profondeur (Figure 4).

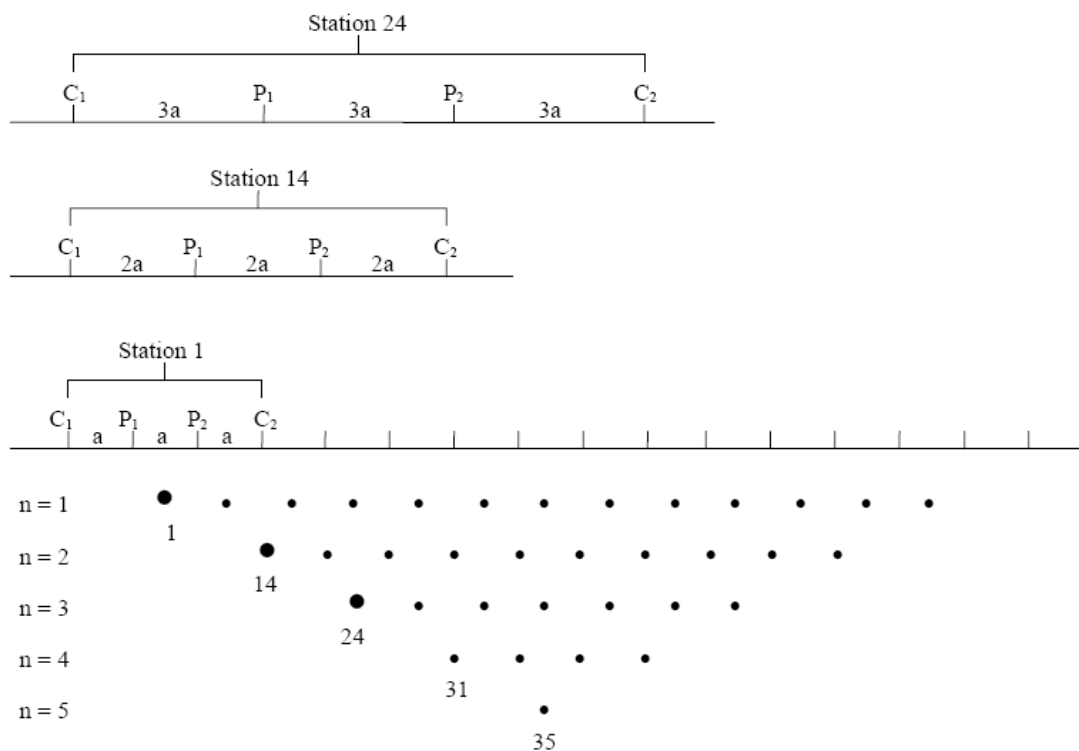


Figure 4 : Principe de construction d'une pseudo-section pour un dispositif Wenner- α .

2.1.2 Le traitement des données en électrique

Le résultat de l'inversion dépend énormément de la qualité des données mesurées (Menke, 1984). En tomographie électrique, une simple répétition des mesures ne permet pas, en général, d'identifier les données de mauvaise qualité. Un exemple est le cas du mauvais contact des électrodes avec le sol (communément appelé résistance de prise). L'écart type obtenu des mesures de répétition est en général très petit. Intervertir les électrodes de potentiel et de courant permet d'identifier ce problème. En effet, comme l'échange des électrodes de

courant avec les électrodes de potentiel n'affecte pas la mesure de la résistance (principe de réciprocité), la différence entre la mesure directe et sa réciproque (erreur de réciprocité) donnerait une estimation du niveau du bruit dans les données (Binley *et al.*, 1995). Ainsi, en plus d'identifier les mesures de mauvaise qualité, ces erreurs peuvent être utilisées pour l'estimation des paramètres du bruit pour l'inversion, comme cela a été proposé par Binley *et al.* (1995) et Slater *et al.* (2000).

Dans la pratique, toutes les mesures ayant une erreur de réciprocité supérieure à 5% sont en général écartées avant l'inversion. Il faut noter que les mesures réciproques doublent le nombre de mesures, et par conséquent, elles augmentent le temps d'acquisition. Dans beaucoup de cas en tomographie électrique de surface, les mesures de réciprocité ne sont pas réalisées. On se contente le plus souvent d'un contrôle de qualité visuel en affichant la pseudo-section de résistivité apparente. Toutes les mesures présentant un changement brusque de la résistivité apparente sont systématiquement écartées. De plus, certains effets causés par la présence d'hétérogénéités superficielles proches des électrodes de potentiel et/ou de courant peuvent aussi être identifiés car ils affectent tous les écartements utilisant ces électrodes. En général, ces mesures ne sont pas utilisées lors de l'inversion mais certains auteurs (Modin *et al.*, 1994 ; Ritz *et al.*, 1999 ; Ferahtia *et al.*, 2009) proposent l'utilisation d'un filtre médian pour réduire cet effet.

Afin d'obtenir une image quantitative représentant les variations de résistivité interprétée comme réelle (et non apparente) en fonction de la vraie profondeur, il est nécessaire d'inverser la pseudo-section de résistivité apparente ainsi filtrée (Figure 5). Cette inversion des données est réalisée suivant un processus itératif qui tente de minimiser l'écart entre la pseudo-section de résistivités apparentes mesurées et une pseudo-section recalculée à partir d'un modèle de résistivité électrique. Ce modèle est modifié à chaque itération jusqu'à ce que les données mesurées et calculées atteignent une concordance acceptable ou jusqu'à ce qu'aucune nouvelle amélioration ne soit possible. Afin de prendre en compte les morphologies rencontrées, la topographie de chaque profil est incluse lors de l'inversion.

La section de résistivité inversée (Figure 5) sera ensuite utilisée pour l'interprétation. Elle fournit des informations quantitatives permettant de caractériser l'origine des différentes anomalies mises en évidence : résistivité, géométrie des horizons, profondeur, pendage. Les résultats de l'inversion sont présentés sous forme d'une coupe (section) présentant la distribution des résistivités calculées le long du profil en fonction de la profondeur.

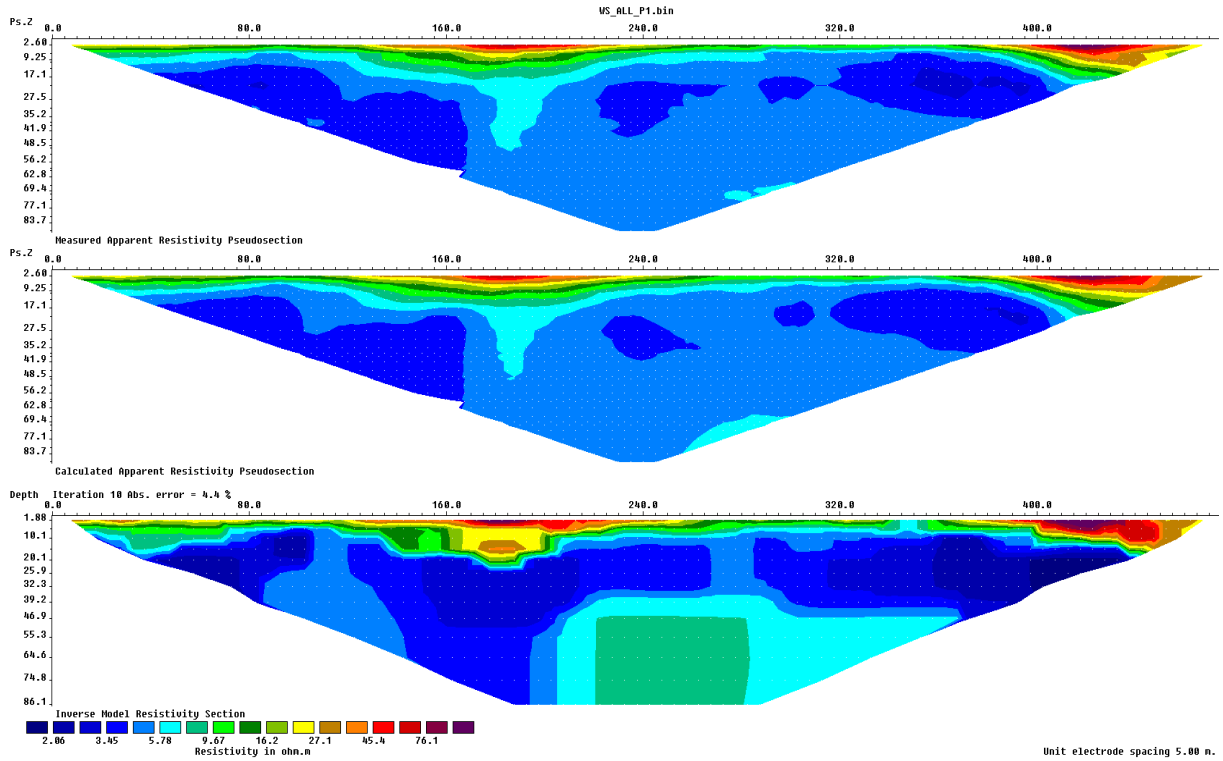


Figure 5 : Exemple de résultat d'une inversion. En haut, la pseudo-section de résistivités apparentes mesurées. En bas, le modèle de résistivité issu de l'inversion. Au centre, la pseudo-section de résistivités apparentes calculée sur la base du modèle de résistivité par une inversion dite robuste (norme L1). L'erreur (ABS) constitue la différence entre les deux premières pseudo-sections (ici 4.4%).

2.1.3 La modélisation en électrique

L'équation de Poisson est à la base de la modélisation des méthodes électriques de résistivité DC. En introduisant la loi d'Ohm (3) dans la première et la troisième équation de Maxwell, il est possible de trouver une nouvelle formulation de la loi de conservation des charges pour un milieu hétérogène de conductivité variable dans l'espace. L'équation de Poisson est donnée par :

$$-\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (5)$$

Avec q la distribution connue de charges et ϵ_0 la permittivité du vide. Plus particulièrement dans le cas d'un point source défini par sa position (x_s, y_s, z_s) , elle est donnée par :

$$-\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = I \delta(x - x_s, y - y_s, z - z_s) \quad (6)$$

où Φ est le potentiel électrique, σ est la conductivité électrique, I est l'intensité du courant électrique et δ est la fonction Dirac.

L'équation de Poisson est une équation différentielle aux dérivées partielles elliptiques. En général, des conditions aux frontières de type Neumann sont appliquées à l'interface sol-air et des conditions mixtes ou de Dirichlet sont appliquées aux limites latérales et verticales du modèle. En terme mathématique, si l'on considère un domaine fermé $\Omega \subset R^3$ entouré de la surface $\Gamma = \Gamma_S \cup \Gamma_E$; tel que Γ_S est la surface qui délimite l'interface sol-air et Γ_E est la surface qui délimite le domaine sur les côtés et en bas, on peut écrire :

$$\sigma \left(\beta \frac{\partial \phi}{\partial n} + \alpha \phi \right) = \vec{J} \cdot \vec{n} ; \text{ sur } \Gamma = \Gamma_S \cup \Gamma_E \quad (7)$$

tel que :

- Sur la frontière Γ_S la composante normale de la densité de courant (flux électrique) est nulle ($\vec{J} \cdot \vec{n} = 0$), ce qui donne $\alpha = 0$ et $\beta = 1$.
- Pour des conditions mixtes : la composante normale de la densité de courant (flux électrique) et le potentiel sont nuls ($\vec{J} \cdot \vec{n} = 0$ et $\Phi = 0$) sur la frontière Γ_E , ce qui donne : $\alpha = \vec{n} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^2}$ et $\beta = 1$; $\vec{r}$ est un vecteur unitaire dans la direction radiale.
- Pour des conditions de Dirichlet : le potentiel est nul ($\Phi = 0$) sur la frontière Γ_E , ce qui donne : $\alpha = 1$ et $\beta = 0$.

2.2 La tomographie sismique

De nombreux ouvrages scientifiques présentent de façon détaillée le formalisme théorique décrivant la propagation des ondes sismiques, que ce soit dans le domaine de la sismologie (Aki and Richards, 1980 ; Chapman, 2004), de la géophysique appliquée (Sheriff and Geldart, 1995) ou de l'ingénierie géotechnique (Richart *et al.*, 1970). L'objectif ici n'est donc pas de détailler la théorie de propagation des ondes élastiques, mais plutôt de présenter les propriétés principales des différents types d'onde et leur intérêt pour la caractérisation des propriétés mécaniques de la subsurface. Dans un milieu élastique, les solides homogènes et isotropes

soumis à l'effet d'une contrainte (impact, vibration, etc.) subissent des déformations liées à la propagation de différents types d'onde. On distingue ainsi les ondes de volume (compression et cisaillement) qui se propagent dans toutes les directions, et les ondes de surface (Rayleigh, Love, Scholte, etc.) qui sont guidées par des interfaces entre deux milieux de propriétés différentes. Dans cette thèse, nous ne considérerons que les ondes de compression P (ondes de volume) qui se propagent avec une vitesse V_p .

Lorsqu'une onde de volume se propageant depuis la surface dans un milieu 1 à la vitesse V_1 rencontre un milieu 2 de vitesse V_2 avec un angle d'incidence i_1 par rapport à la perpendiculaire au plan de l'interface entre les deux milieux (Figure 6), une partie de l'énergie est réfléchi vers la surface avec un angle égal à i_1 (Figure 6a). Le reste de l'énergie est réfracté (Figure 6b) dans le milieu 2 avec un angle i_2 défini par la loi de Snell-Descartes tel que :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (8)$$

Lorsque V_2 est inférieur à V_1 , l'angle i_2 est inférieur à l'angle i_1 , et l'onde réfractée est systématiquement orientée vers la profondeur. À l'inverse, lorsque V_2 est supérieur à V_1 , i_2 est toujours supérieur à i_1 . Quand i_1 est égal à l'angle critique i_c (tel que $\sin i_c = V_1/V_2$), i_2 est égal à 90° . L'onde réfractée se propage alors le long de l'interface à la vitesse V_2 dans les deux milieux, entraînant la formation d'une onde conique qui remonte à la surface à la vitesse V_1 et avec un angle d'émergence égal à i_c en tout point de l'interface (Figure 6b). À partir d'une certaine distance à la source (liée à l'épaisseur du milieu 1 et aux vitesses V_1 et V_2), l'onde conique émergente arrive en surface avant l'onde directe se propageant le long de la surface dans le milieu 1. Enfin, lorsque i_1 est supérieur à l'angle critique i_c , la loi de Snell-Descartes n'est plus satisfaite et toute l'énergie est réfléchi.

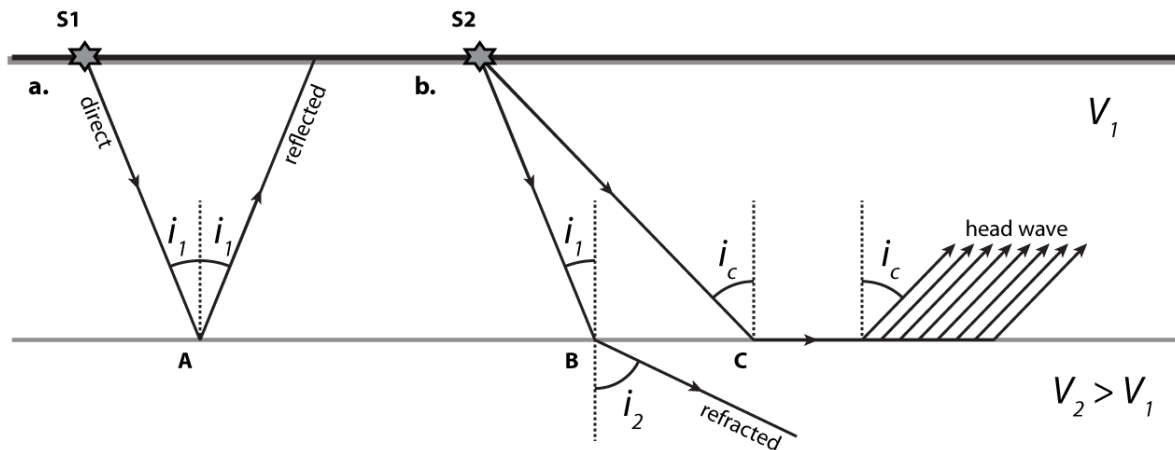


Figure 6 : (a) Réflexion en A avec un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence i_1 .
 (b) Réfraction simple (en B) avec un angle d'incidence i_1 et un angle de réfraction i_2 (d'après Milsom et Eriksen, 2011).

Les ondes de volume sont utilisées depuis de nombreuses années en prospection sismique, notamment en sismique réfraction pour estimer les variations de vitesse dans le sous-sol lorsque celles-ci sont croissantes avec la profondeur. La sismique réfraction se base sur l'étude des temps de trajet des ondes de volume (P et S) se propageant dans toutes les directions à partir d'un point source. Les temps de première arrivée sont pointés automatiquement ou manuellement en fonction du niveau de bruit présent sur les données. La tomographie sismique permet d'imager les variations de vitesse du sous-sol en 2D ou 3D à partir de ces temps d'arrivée observés sur les enregistrements sismiques.

2.2.1 Le principe d'acquisition en sismique

Dans la plupart des prospections sismiques, les ondes sismiques sont enregistrées à l'aide de géophones répartis à intervalle régulier le long d'un profil (Figure 7). Ces géophones sont composés d'une masse magnétique montée sur un ressort à l'intérieur d'une bobine. Lors du passage d'une onde dans le sol, les vibrations engendrées dans le géophone mettent la masse magnétique en mouvement. La bobine produit alors une force électromotrice (et donc un signal électrique) proportionnelle à la vitesse de déplacement du sol (Mari *et al.*, 2001 ; Milsom et Eriksen, 2011). En fonction de l'orientation du ressort et de la bobine, on enregistre le déplacement du sol dans différentes directions. En proche surface, on utilise généralement des géophones mono-composantes.

Pour générer des ondes de compression, on utilise généralement une plaque en métal posée au sol que l'on vient percuter verticalement avec une masse ou un engin de chute de poids accéléré. En utilisant des géophones à composante verticale, on peut alors enregistrer les

ondes P qui sont générées lors de l'impact. Ce type de source offre un rendement élevé et produit un signal très énergétique et fortement répétable. Elle permet de réaliser des acquisitions avec un grand nombre de positions de source sur de relativement grandes distances (à l'échelle d'une acquisition classique de proche surface, c'est-à-dire plusieurs centaines de mètres). Parallèlement à ces sources impulsionnelles, on utilise fréquemment des sources vibratoires dans le domaine pétrolier.

Lors de la mise en place du dispositif d'acquisition, l'espacement entre les géophones et leur nombre dépend des caractéristiques du milieu *a priori* (profondeur d'investigation et résolution latérale souhaitées) et des diverses contraintes matérielles et logistiques (type d'enregistreur disponible, longueur de câble, accessibilité du site, etc.). Pour dimensionner le dispositif, il est souvent nécessaire de se baser sur des résultats de modélisation directe obtenus à partir de modèles synthétiques issus de connaissances *a priori* sur le milieu. En sismique réfraction, une règle simple (mais souvent imprécise) recommande de choisir une longueur de dispositif égale à au moins huit fois la profondeur d'investigation souhaitée (Milsom et Eriksen, 2011). De même, on choisit généralement un écartement inter-géophone inférieur ou égal à la taille minimale de l'objet étudié. Dans la plupart des cas, on effectue des tirs dits "en offset", situés aux extrémités de la ligne de géophones (tirs directs et tirs inverses). Ces tirs doivent être positionnés suffisamment loin du dispositif pour permettre d'imager les réfracteurs les plus profonds. En présence de fortes variations latérales et pour la réalisation d'une tomographie, on réalise plusieurs tirs à intervalles réguliers à l'intérieur du dispositif (Figure 7). Pour la réalisation de grands profils, la réalisation de dispositifs consécutifs ne permettant pas de conserver une bonne couverture de rais aux jonctions entre les dispositifs, l'avancement répété d'un demi-dispositif (Roll-along) est dans ce cas souvent utilisé de manière à conserver une bonne couverture dans ces zones (Figure 7).

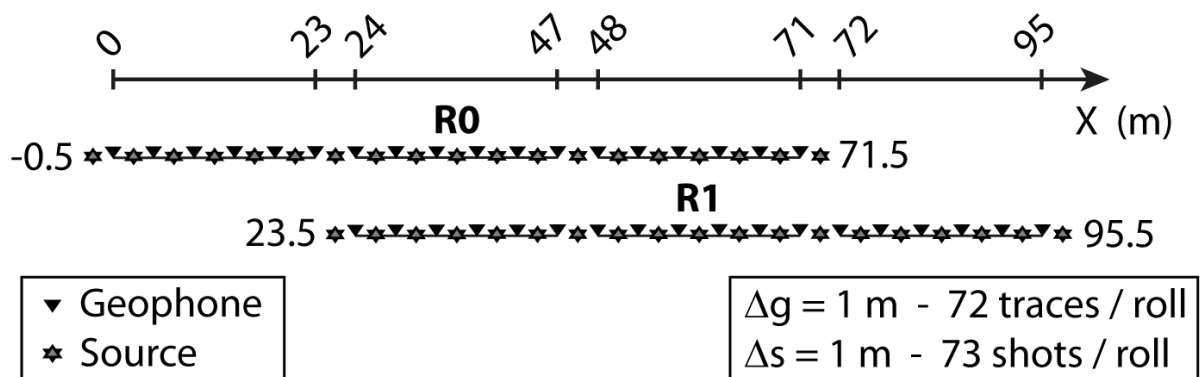


Figure 7 : Schéma d'un dispositif d'acquisition sismique. R0 et R1 représentent deux Roll-along consécutifs (d'après Pasquet, 2014).

2.2.2 Le traitement des données en sismique

La tomographie de vitesse nécessite la connaissance du temps de parcours de la première arrivée. Pour ce faire, le temps doit être pointé sur chacune des traces sismiques (Figure 8). Le pointé peut être réalisé manuellement ou par des méthodes semi-automatiques ou par des méthodes entièrement automatiques. Dans tous les cas, un contrôle de qualité visuel est nécessaire. De plus, il est parfois préférable de réduire le bruit de fond avant d'entamer l'opération de pointé. Les temps de propagation mesurés aux différents géophones sont souvent reportés sur un graphique temps/géophone également appelé hodochrone (ou courbe dromochronique). Pour extraire les temps de première arrivée à partir d'un enregistrement, il est également nécessaire de connaître avec précision l'instant t_0 auquel la masse vient heurter le support (dans le cas d'une source impulsionnelle). Pour cela, on utilise le plus souvent un accéléromètre fixé sur la masse et relié à l'enregistreur. Au moment de l'impact, l'accéléromètre envoie un signal électrique au sismographe qui déclenche alors l'enregistrement. On peut également utiliser un système de déclenchement "par contact". Avec ce système, le contact entre la masse et la plaque (toutes deux métalliques dans ce cas) ferme un circuit électrique relié au sismographe et démarre alors l'enregistrement. Il est fréquent que le déclenchement soit décalé de quelques millisecondes entre plusieurs positions consécutives de la source sismique. Un traitement *a posteriori* permet alors de s'affranchir des différences de temps de déclenchement de l'enregistrement.

Une étape de détermination de l'erreur réalisée sur le pointé est également nécessaire. Cette opération permet d'appréhender l'erreur faite sur le pointé des temps de première arrivée par l'analyse de la cohérence des temps entre deux points où la source et le géophone sont placés de manière réciproque (ces temps doivent être égaux selon le principe de réciprocité). L'erreur sur le pointé est obtenue en calculant l'écart type des erreurs individuelles de temps de trajets entre chaque couple source-récepteur.

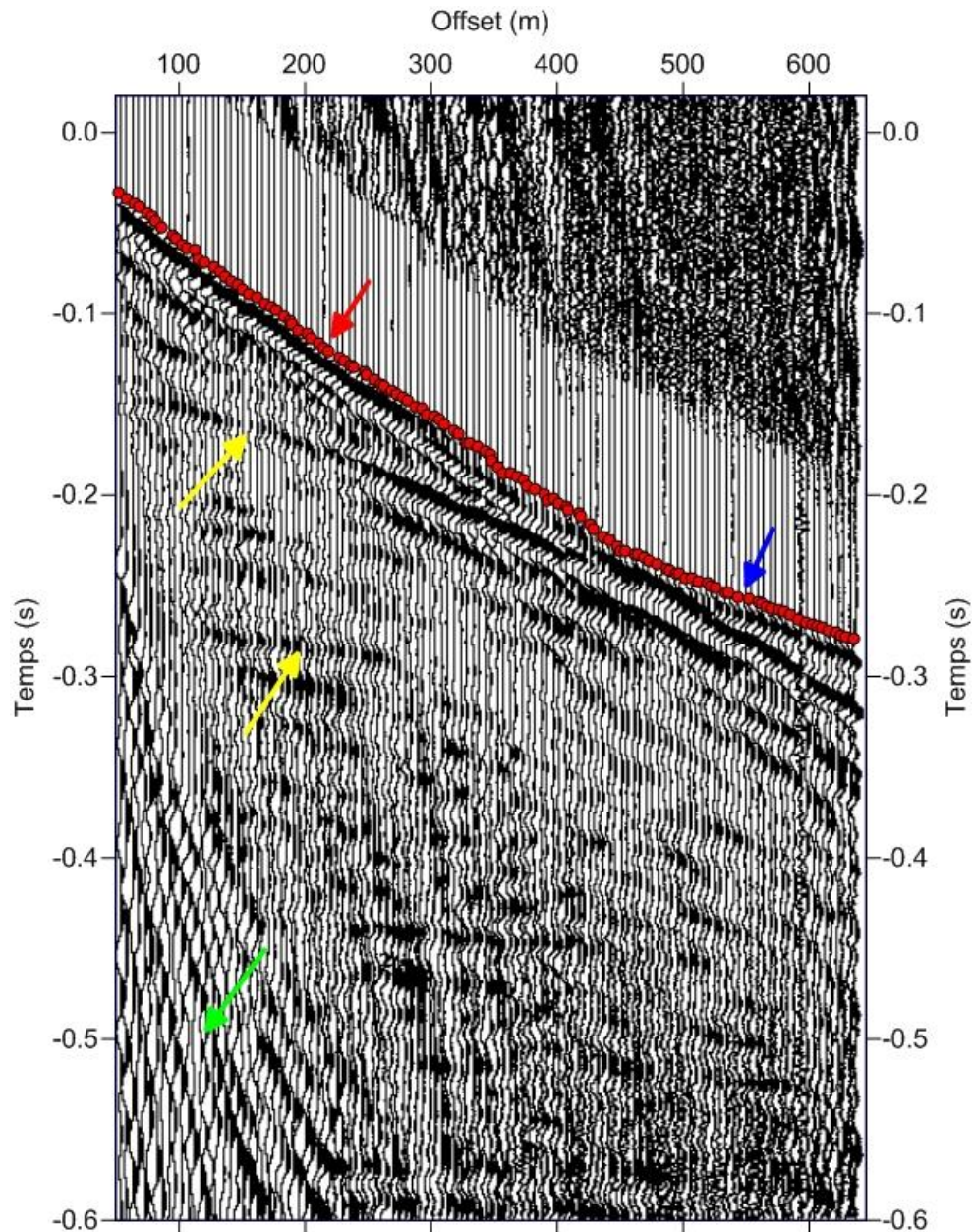


Figure 8 : Exemple de tir sismique avec application d'un gain de type AGC. Les flèches indiquent : les premières arrivées de l'onde P directe (en rouge) ; les premières arrivées de l'onde P réfractée (en bleu) ; des réflexions des ondes P (en jaune) ; les ondes de surface (en vert). Les premiers temps d'arrivée pointés manuellement sont représentés par les points rouges.

2.2.3 La modélisation en sismique

La figure 9 est un exemple de discrétisation en grille cartésienne d'un modèle de lenteur $s = (s^j)_j$ (inverse de la vitesse). Sur cette figure est également représentée la trajectoire d'un rai entre une source et un récepteur. Dans l'approximation haute-fréquence un rai correspond, selon le principe de Fermat, à la trajectoire des temps extrema, ou d'un point de vue de la propagation des ondes, en milieu isotrope, à la trajectoire perpendiculaire aux fronts d'onde.

Les données observées *dobs* correspondent aux temps de première arrivée pointés sur les sismogrammes *tobs*. Les données synthétiques *d* sont les temps de première arrivée $t = (t^i)_i$ calculés pour un modèle *s* donné par la résolution de l'équation eikonale. On peut alors établir la relation entre le temps de première arrivée t^i , le modèle de lenteur $(s^j)_j$ et les longueurs des segments du rai $l^{i,j}$ dans chaque maille du milieu discrétisé :

$$t^i = \sum_j l^{i,j} s^j \quad (9)$$

En utilisant une notation matricielle, on obtient la formule suivante :

$$t = Ls \quad (10)$$

avec $L = (l^{i,j})_{i,j}$ la matrice des longueurs de rais. Cette équation correspond à la formulation du problème direct appliqué à la tomographie des temps de première arrivée.

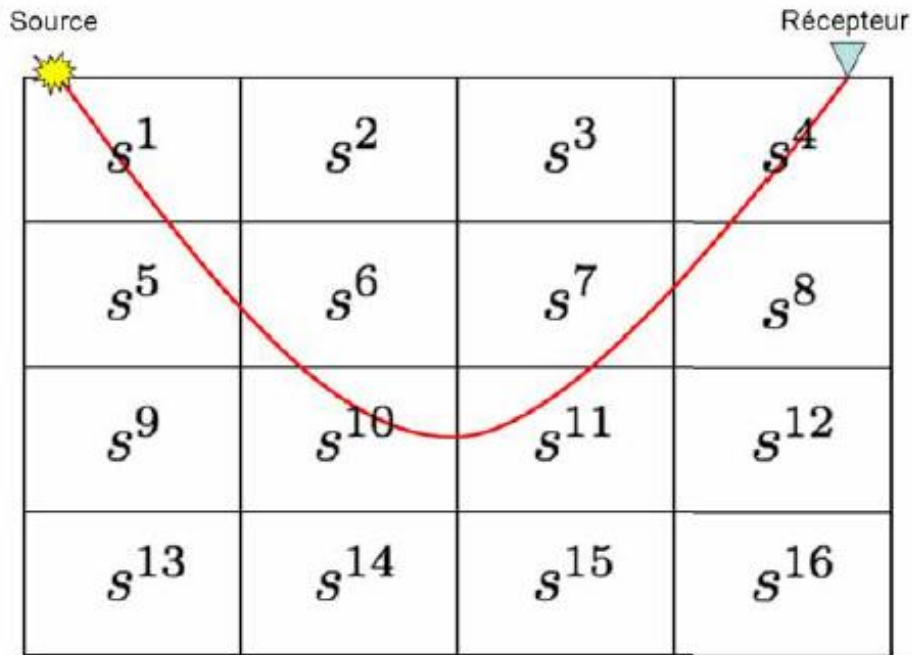


Figure 9 : Schéma illustrant la discrétisation en grille cartésienne d'un modèle de lenteur $s = (s^j)_j$ et la trajectoire d'un rai entre une source et un récepteur (d'après Taillandier, 2008).

En géophysique de proche surface, l'approximation haute-fréquence peut se révéler inadaptée à cause du rapport souvent trop faible entre la fréquence du signal et la taille des objets à détecter, entraînant ainsi des phénomènes de diffraction. Une approche alternative permet de prendre en compte de manière partielle ces phénomènes en modélisant le signal par une zone de Fresnel (Watanabe *et al.*, 1999) et non plus par un rai. Ce volume est défini par un ensemble de formes d'onde arrivant toutes au minimum dans un délai d'une demi-période de

la forme d'onde la plus rapide (Cerveny et Soares, 1992). Un point B se situe dans le volume si et seulement si :

$$t_{AB} + t_{BC} - t_{AC} \leq \frac{1}{2f} \quad (11)$$

où t_{AB} , t_{BC} et t_{AC} sont les temps de trajet respectivement de A à B , de B à C et de A à C . f désigne la fréquence (Figure 10). L'équation 11 signifie que le point B appartient au volume de Fresnel si la différence entre le temps de trajet du rai passant par le point B et le temps de trajet le plus court est inférieure à la moitié de la période T ($T = 1/f$). La largeur du volume de Fresnel est ainsi inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence (Figure 10). Dans ce cas, la matrice L de l'équation 10 correspond à la somme des matrices de volume de Fresnel pour chaque couple source-récepteur.

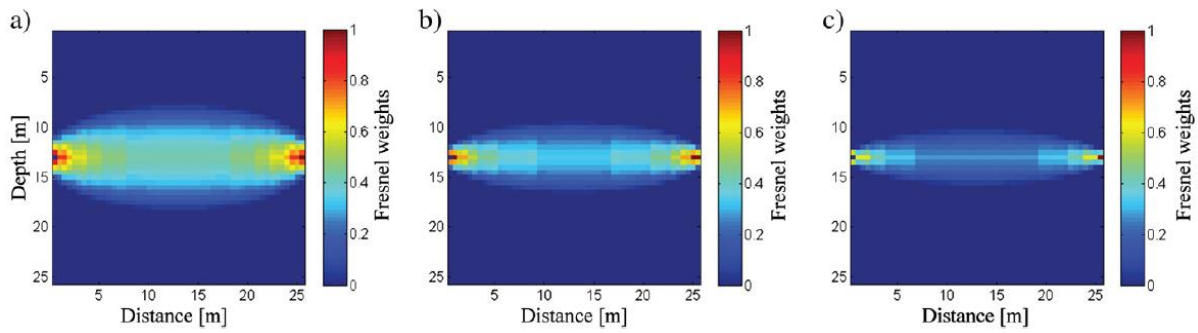


Figure 10 : Représentation de trois zones de Fresnel calculées pour une fréquence f de 100 Hz (a), 200 Hz (b) et 300 Hz (c) dans un milieu homogène de vitesse $V_p=500$ m/s (modifié d'après Gance et al., 2012).

2.3 Champ d'application des méthodes électriques et sismiques

Les tomographies électrique et sismique peuvent être utilisées pour de nombreuses applications dans de nombreux domaines. Les principaux domaines d'application de ces techniques sont l'hydrogéologie, l'environnement, le génie civil (auscultation des ouvrages), la géotechnique, l'archéologie et l'agriculture. Ces techniques sont utilisées en partant du principe qu'il existe une corrélation, connue en général, entre les propriétés électriques et mécaniques et les caractéristiques géologiques, géotechniques, hydrologiques, etc. Elles fournissent deux types d'informations : la structure géologique et les propriétés des matériaux.

Les problèmes hydrologiques pour lesquels la géophysique pourrait contribuer sont (Guérin, 2004) :

- La géométrie de l'aquifère par la localisation de son mur, son toit et son exutoire. La tomographie électrique étant sensible à la présence d'eau, et la méthode sismique permettant une meilleure caractérisation des interfaces entre les milieux, la combinaison des deux par une inversion conjointe permettrait de mieux délimiter les frontières de l'aquifère.
- La caractérisation d'aquifères fracturés en déterminant la position des failles ou des fissures et le type de circulation. L'utilisation de la technique de tomographie électrique dépend de la nature du matériau de remplissage. La méthode sismique étant fortement influencée par la chute des propriétés mécaniques en zone de faille ou les décalages causés dans les horizons lithologiques, l'inversion coopérative pourrait permettre une meilleure caractérisation de ces événements.
- La connaissance du réservoir aquifère (niveau d'eau, transmissivité). La tomographie électrique étant sensible à la présence d'eau. Par ailleurs, Pasquet (2014), a récemment montré l'intérêt des méthodes sismiques pour l'hydrogéophysique notamment par l'étude du rapport V_p/V_s pour la détermination du niveau d'eau. Le couplage des deux méthodes dans ce cadre offre donc des perspectives méthodologiques pour, par exemple, l'étude de la recharge d'une nappe par suivi d'infiltration.
- Le type d'eau (douce, salée, polluée). Comme la résistivité électrique est sensible à la salinité de l'eau, la tomographie électrique est un excellent outil pour distinguer l'eau douce de l'eau salée ainsi que les contaminants de forte conductivité. Cependant, ces entités de forte conductivité peuvent parfois être confondues avec une couche argileuse présentant également une forte conductivité. La tomographie sismique étant elle plus sensible à des variations de propriétés mécaniques, la discrimination des réponses géophysiques devient alors possible par une analyse couplée des méthodes (Mathieu *et al.*, 2015).
- Dans la même optique, l'étude des flux d'eau. L'étude des écoulements n'est possible pour ces techniques que dans le cas des zones non saturées où la vitesse d'écoulement est beaucoup plus faible que le temps d'acquisition. En prenant plusieurs mesures dans le temps, on peut alors suivre l'évolution de l'infiltration et avoir une estimation de la conductivité hydraulique de la zone non saturée. L'inversion conjointe électrique-sismique avec les paramètres hydrologiques permettrait une meilleure estimation de l'écoulement.

Dans le domaine de l'environnement, on recense essentiellement deux problématiques pour les techniques tomographiques : la détection des contaminants, et la planification à court ou à long terme du suivi.

La détection des contaminants est possible grâce au contraste de propriété électrique que présentent les contaminants avec l'eau ou le sol. Les contaminants présentent souvent une forte conductivité. On dispose donc des méthodes électriques qui permettent d'imager ce genre de problème. Cela dit, comme décrit précédemment, il peut parfois y avoir ambiguïté dans l'interprétation des zones conductrices en tomographie électrique (Mathieu *et al.*, 2015). La combinaison des méthodes électrique et sismique permettrait de donner une information plus cohérente. D'où l'intérêt d'une inversion conjointe.

Après avoir localisé la contamination, la seconde étape consiste à planifier à long terme ou à court terme la stratégie à adopter pour la traiter. Pour ce faire, il faut caractériser le sous-sol par un modèle hydrogéologique. Ceci revient à la connaissance du réservoir aquifère, sa géométrie et l'étude des écoulements qui ont été décrits dans les applications hydrologiques. En résumé, les tomographies électrique et sismique permettent de délimiter et de faire le suivi de panaches de contamination de l'eau souterraine ou du sol, ainsi que de faire un suivi dans le temps de la qualité de l'eau en présence de contamination. Ceci a des applications pratiques telles que la caractérisation d'une halde à stériles, le suivi hydrologique des centres de stockage de déchets (avec ou sans recirculation de lixiviat : bioréacteur), la décontamination des sites pollués par les hydrocarbures et la délimitation des eaux salées (Mathieu *et al.*, 2015).

En géotechnique, les méthodes géophysiques sont utilisées essentiellement pour la caractérisation des sols hétérogènes. Les caractéristiques géotechniques que les tomographies électrique et sismique peuvent estimer sont : la porosité, la teneur en eau, l'argilosité, la salinité et les paramètres mécaniques. Ainsi, on pourra par exemple distinguer et estimer l'épaisseur d'une couche d'argile sur un dépôt de sable par tomographie électrique et sismique puisque la conductivité de l'argile est beaucoup plus forte et que les deux lithologies présentent un contraste de dureté. De façon plus générale, la méthode électrique permet de déterminer les variations lithologiques dans les sols qui sont caractérisées par des résistivités électriques qui leur sont propres.

La géophysique appliquée à l'auscultation des sols et des structures du génie civil, appelée aussi méthode non-destructive, prend de plus en plus d'importance avec le développement et l'amélioration de la résolution des méthodes tomographiques parmi lesquelles figure l'inversion conjointe. Les tomographies électrique et sismique sont essentiellement utilisées

pour l'auscultation des structures en béton, l'auscultation des chaussées, la détection des cavités, la détection des zones fracturées ou décomprimées, etc. Ceci est rendu possible par le contraste des propriétés électrique et mécanique que présentent les objets recherchés par rapport à l'encaissant. L'inversion coopérative structurale telle qu'on la propose est d'autant plus appropriée pour ce genre d'applications puisqu'on s'intéresse à la forme des objets et qu'une fine résolution est exigée.

Parmi les étapes de la pratique archéologique, la prospection géophysique ou l'archéogéophysique est logiquement la première, commandant la décision de fouilles. Elle est mise en œuvre très en amont de la prospection archéologique proprement dite pour une reconnaissance globale du milieu, comprenant un recensement systématique des indices archéologiques, afin de définir une campagne d'évaluation où seront pratiqués les sondages. Les tomographies électriques sont très utilisées dans ce cadre. Les tomographies sismiques ont eu moins de succès (Carson, 1962 ; Aitken, 1974) mais certaines applications de la sismique réflexion ont cependant vu le jour, pour l'investigation de la pyramide de Chephren à Gizeh (Egypte) (Dolphin, 1981) ou pour la détection de zones d'occupation humaine (Stright, 1986) et la migration à travers le détroit de Bering (Kontrimavichus, 1984 ; Dikov, 1983 ; McManus *et al.*, 1983. Ces méthodes permettent de caractériser les artefacts d'origine anthropique et plus particulièrement de mettre en évidence les constructions en pierre ensevelies dans les dépôts alluviaux contrastant avec les propriétés électrique et mécanique que présentent les objets recherchés par rapport à l'encaissant.

L'agrigéophysique est une discipline en émergence. On utilise essentiellement le radar de surface et les systèmes de mesure en continu de la résistivité électrique. Une méthode sismique a également été utilisée pour caractériser la vulnérabilité des sols soumis à un fort taux d'érosion en déterminant précisément l'épaisseur du sol (Samyn *et al.*, 2012a). La résistivité électrique est sensible à l'argilosité et à la nature des électrolytes contenus dans l'eau. Ce qui permet de faire des corrélations avec les sondages pédologiques pour déterminer la distribution de la teneur en phosphore ou en potassium, par exemple, et ainsi de mieux amender les sols. Coulouma *et al.* (2012a, b) ont récemment démontré l'intérêt d'une analyse conjointe de données électriques diachroniques et sismiques pour la caractérisation d'épaisseurs de sols dans divers environnements pédologiques. On peut ainsi penser qu'une approche d'inversion coopérative des données servira ce domaine d'étude.

Conclusion

Ce chapitre a permis d'introduire les principes physiques qui sont à la base des tomographies électriques et sismiques. Les modes d'acquisition et de traitement des données y sont aussi présentés. Il se termine par quelques champs d'application dans différents domaines en géosciences et en génie civil.

Chapitre 3 : Méthodologie de l'inversion coopérative par zonation

Ce chapitre traite de la méthode développée dans le cadre de cette thèse pour l'inversion coopérative des données de tomographie électrique et de tomographie sismique. Cette méthodologie a fait l'objet d'une communication par Samyn *et al.*, (2014) au congrès Near Surface Geoscience 2014 – 20th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics, EAGE, Athènes, Grèce (Annexe 1). Elle consiste à utiliser, dans un processus itératif, deux inversions séparées durant lesquelles l'information structurale est échangée à chaque itération. Pour ce faire, le problème inverse séparé est résolu à l'aide d'une approche par moindres carrés de type Gauss-Newton. L'information structurale pour chacune des tomographies est traduite par un modèle *a priori* de chaque paramètre (résistivité et vitesse sismique). Dans le processus itératif, les modèles de résistivité et de vitesse obtenus par inversion séparée sont utilisés pour générer des modèles composés de plusieurs zones homogènes. Cette zonation est réalisée à l'aide d'un algorithme de classification non-hiérarchique FCM. Le modèle *a priori* de chaque paramètre est ensuite introduit dans l'expression du terme de covariance *a priori* sur l'espace des modèles de la solution des moindres carrés associée au problème de minimisation de la fonction coût. Cette approche permet une meilleure représentation des zones homogènes tout en préservant les discontinuités. En d'autres termes, les images obtenues par cette inversion présentent un meilleur contraste. Afin d'éviter tout biais qui peut être introduit par l'une des tomographies dans l'autre, un niveau de contrôle est utilisé lors d'une opération de seuillage du paramètre de régularisation globale par une méthode dérivée de la méthode *L-curve* (Günther, 1975 ; Sima, 2006) qui permet de pondérer l'impact du modèle *a priori* sur la solution et de réduire l'effet du biais que pourrait introduire un mauvais *a priori*. Plus précisément, le seuil est choisi de manière à optimiser l'influence du modèle *a priori* sur la mise à jour des modèles de paramètre. Dans le cas où la géologie ne se prêterait pas à une segmentation des modèles, le paramètre de régularisation servira alors à minimiser le poids du terme de covariance *a priori* sur l'espace des modèles. Avant d'entrer dans le vif du sujet, nous allons d'abord présenter l'inversion séparée dans le cas de la tomographie électrique et sismique. Sa mise en œuvre pratique sera ensuite expliquée. Finalement, l'algorithme proposé sera détaillé et testé sur plusieurs cas synthétiques afin de valider sa robustesse.

3.1 Définitions

Supposons que le milieu investigué puisse être discrétisé par une grille où la propriété physique m_i ($i=1, 2, \dots, M$) est constante dans chaque cellule. Le milieu ainsi discrétisé peut être représenté par un vecteur $m = (m_1, m_2, \dots, m_M)$. Ce dernier est souvent appelé vecteur des paramètres du modèle. Dans le cas de l'électricité, m est la distribution de la résistivité et dans le cas de la tomographie de vitesse sismique, m est la distribution de la lenteur (inverse de la vitesse). À chaque modèle géophysique correspond N données qu'on peut mettre sous la forme d'un vecteur $d = (d_1, d_2, \dots, d_N)$ qu'on appelle vecteur des données.

Considérons maintenant que les ensembles de paramètres du modèle et de données sont deux espaces de Hilbert, notés respectivement P et Q .

- L'opérateur du problème direct $g : P \rightarrow Q$ peut s'écrire :

$$d = g(m), \text{ avec } m \in P \text{ et } d \in Q.$$

- Le problème direct est défini comme suit :

Trouver $d \in Q$ tel que $d = g(m)$, étant donné $m \in P$.

- Le problème inverse est défini comme suit :

Trouver $m \in P$ tel que $g(m) + e = d$, étant donné $d \in Q$; e représente les erreurs de modélisation et le bruit.

En général, on fait la distinction entre les données mesurées ou observées et les données calculées qui représentent la réponse théorique calculée par l'opérateur $g(m)$. Dans tout ce qui suit d représentera les données mesurées.

3.2 Problème inverse en tomographie électrique et sismique

La résolution du problème inverse se propose de retrouver les paramètres physiques permettant d'expliquer au mieux les données observées. Tarantola and Valette (1982) posent les bases de la théorie stochastique de l'inversion. Le principe est de considérer le problème inverse en terme d'états de connaissance *a priori* et *a posteriori* sur les données et les modèles. Ce formalisme permet la prise en compte d'information *a priori* et des statistiques des incertitudes, expérimentales et théoriques, sur les modèles et les données. A partir d'hypothèses faites sur la nature de ces incertitudes il est possible de définir une fonction coût, dite des moindres carrés, qui mesure l'écart entre les données observées et celles théoriques obtenues pour un modèle donné. La minimisation de cette fonction coût permet

alors de déterminer le modèle qui explique au mieux les données observées au sens des moindres carrés (Tarantola and Valette, 1982).

3.2.1 La fonction coût des moindres carrés

Nous présentons ici les hypothèses permettant de définir la fonction coût classiquement utilisée pour le problème inverse (Tarantola, 1987). Nous considérons comme gaussiennes les statistiques des incertitudes sur les modèles et les données. Cette hypothèse gaussienne est justifiée par le théorème central limite, mais elle ne peut pas toujours être vérifiée pour une expérience réelle, i.e. avec un nombre fini de réalisations des variables mises en jeu. Le modèle de paramètre m le plus vraisemblablement à l'origine des données observées d se situe alors au minimum de la fonction coût C , aussi appelée fonction des moindres carrés,

$$C(m) = \frac{1}{2} \left[(g(m) - d_{obs})^t C_D^{-1} (g(m) - d_{obs}) + (m - m_{prior})^t C_M^{-1} (m - m_{prior}) \right] \quad (12)$$

où C_D et C_M sont respectivement les matrices de covariance *a priori* sur l'espace des données D et l'espace des modèles M , m_{prior} est un modèle connu *a priori* et t désigne l'opérateur transposé. Les méthodes d'inversion stochastiques cherchent donc à minimiser la fonction coût C par rapport au modèle m .

3.2.2 La méthode de Gauss-Newton

L'approche choisie pour minimiser la fonction coût C est l'utilisation de méthodes itératives locales. Ces approches locales convergent par un cheminement dans l'espace des modèles. Pour la méthode de Gauss-Newton, ce cheminement est basé sur l'utilisation du gradient de la fonction coût, qui est lié à la direction de descente, et du Hessien de la fonction coût qui lui en donne la courbure. Le schéma itératif, à l'itération $n + 1$, de la méthode de Gauss-Newton s'écrit sous la forme (Tarantola, 1987),

$$m_{n+1} = m_n - H_n^{-1} \gamma_n \quad (13)$$

où γ_n représente le gradient,

$$\gamma_n = \left(\frac{\partial C}{\partial m} \right)_{m_n} \quad (14)$$

et H_n est le Hessien de la fonction coût C au point m_n ,

$$H_n = \left(\frac{\partial^2 C}{\partial m^2} \right)_{m_n} \quad (15)$$

Schématiquement cela revient à faire un pas dans la direction donnée par le gradient à partir du modèle courant m_n jusqu'au minimum du paraboloïde défini par le Hessien tangent à la fonction coût en ce point (Figure 11). La méthode de Gauss-Newton a pour propriété de converger en une itération lorsque la fonction coût à minimiser est quadratique. On choisit alors classiquement de linéariser localement le problème direct autour du modèle courant m_n , ce qui permet de rendre la fonction coût C à minimiser quadratique (Baina, 1998). Ainsi à chaque itération, la méthode de Gauss-Newton fournit la solution exacte au problème localement linéarisé.

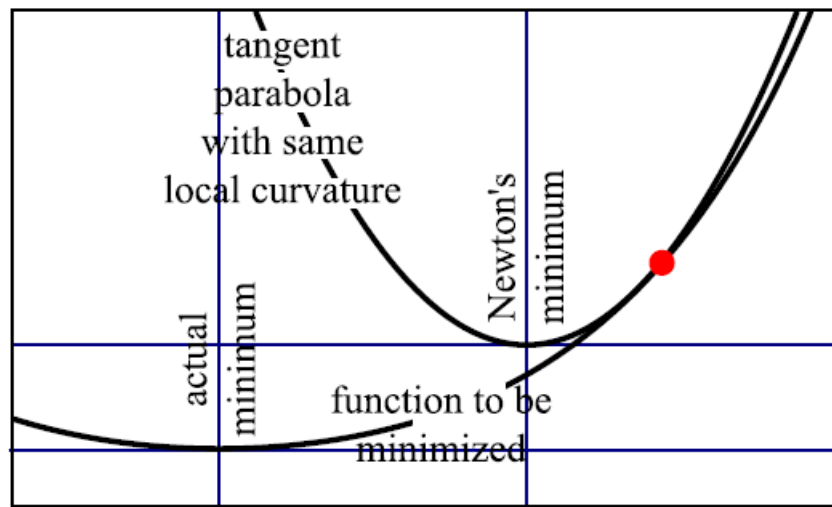


Figure 11 : La méthode Gauss-Newton définit le minimum de la parabole qui est tangente à la fonction à minimiser (et qui a la même courbure locale). La parabole tangente à la fonction coût au point courant est définie en utilisant l'information de courbure. Le point mis à jour correspond à la projection du minimum de la parabole (extrait de Tarantola, 1987).

3.2.3 La solution des moindres carrés

3.2.3.1 Linéarisation du problème direct

La linéarisation du problème direct autour du modèle courant m_n s'écrit :

$$g(m) \cong g(m_n) + G_n(m-m_n) = g(m_n) + G_n \delta m_n \quad (16)$$

où l'opérateur linéaire G_n , aussi appelé matrice des dérivées de Fréchet, représente la dérivée de g au point $m = m_n$:

$$G_n = \left(\frac{\partial g}{\partial m} \right)_{m_n} \quad (17)$$

et :

$$\delta m_n = m - m_n \quad (18)$$

Le symbole $\cong$ dans l'équation (16) signifie que les termes de second ordre peuvent être négligés par rapport aux erreurs d'observation et de modélisation, comparés aux valeurs d'écart-type et de corrélation présentes dans C_D . La fonction coût C donnée par (12) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} C(m) &= C(m_n + \delta m_n) \\ &= \frac{1}{2} \left[(G_n \delta m_n - \delta d_n)^t C_D^{-1} (G_n \delta m_n - \delta d_n) + (\delta m_n - \Delta m_n)^t C_M^{-1} (\delta m_n - \Delta m_n) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

où l'on a utilisé les notations suivantes pour la différence entre les données observées et les données issues du modèle à l'itération n :

$$\delta d_n = d_{obs} - g(m_n) \quad (20)$$

et la différence entre un modèle *a priori* et le modèle à l'itération n :

$$\Delta m_n = m_{prior} - m_n \quad (21)$$

La fonction C est alors quadratique en δm_n . Lorsqu'il est connu, le terme (21) garantit que le modèle final tende au fur et à mesure des itérations de l'inversion vers le modèle connu *a priori*.

3.2.3.2 La solution des moindres carrés

On peut alors exprimer directement la solution des moindres carrés δm_n associée au problème linéarisé localement de minimisation de la fonction coût C (Tarantola, 1987) :

$$\delta m_n = (G_n^t C_D^{-1} G_n + C_M^{-1})^{-1} (G_n^t C_D^{-1} \delta d_n + C_M^{-1} \Delta m_n) \quad (22)$$

En choisissant $m = m_{n+1}$, on obtient alors :

$$m_{n+1} = m_n + \delta m_n \quad (23)$$

Par identification avec (13), on peut en déduire l'expression du gradient suivante :

$$\gamma_n = -(G_n^t C_D^{-1} \delta d_n + C_M^{-1} \Delta m_n) \quad (24)$$

et du Hessien de la fonction coût C au point m_n :

$$H_n = G_n^t C_D^{-1} G_n + C_M^{-1} \quad (25)$$

3.2.3.3 Application à l'inversion des données de résistivités apparentes et de temps de première arrivée sismique

Nous faisons dans un premier temps un choix permettant de simplifier l'expression de la solution des moindres carrés. Nous supposons que les erreurs sur les données sont indépendantes et possèdent la même variance égale à 1, i.e. $C_D^{-1} = I$. Sous ces hypothèses, la solution des moindres carrés associée au problème de minimisation de la fonction coût C s'écrit :

$$\delta m_n = (G_n^t G_n + C_M^{-1})^{-1} (G_n^t \delta d_n + C_M^{-1} \Delta m_n) \quad (27)$$

On peut établir pour la tomographie électrique que $J_n = G_n$, et pour la tomographie sismique que $L_n = G_n$, c'est-à-dire que la matrice des densités de courant et la matrice des longueurs de rais sismiques (ou de la couverture de Fresnel) correspondent respectivement à la matrice des dérivées de Fréchet. En posant également :

$$\delta \rho a_n = \rho a_n^{obs} - \rho a_n \quad \text{et} \quad \delta t_n = t_n^{obs} - t_n ,$$

avec ρa_n^{obs} et t_n^{obs} les résistivités apparentes mesurées et les temps de première arrivée et, ρa_n et t_n les résistivités apparentes et les temps de première arrivée à l'itération n , la solution des moindres carrés associée au problème de minimisation de la fonction coût C est alors donnée pour la tomographie électrique par :

$$\delta \rho_n \equiv (J_n^t J_n + C_M^{-1})^{-1} (J_n^t \delta \rho a_n + C_M^{-1} \Delta m_n) \quad (28)$$

et pour la tomographie sismique par :

$$\delta s_n \equiv (L_n^t L_n + C_m^{-1})^{-1} (L_n^t \delta t_n + C_m^{-1} \Delta m_n) \quad (29)$$

Avec s_n le modèle de lenteur à l'itération n . Nous utilisons ici le symbole $\equiv$ car la matrice L_n est en général mal conditionnée et donc l'inverse de $L_n^t L_n$ est difficile à estimer. Les solutions données par (28) et (29) ne peuvent, en général, donc pas être calculées directement. On utilise alors des méthodes de résolution de système algébrique ou d'estimation de l'inverse généralisé correspondant associé au système linéaire équivalent.

Ces formulations (28) et (29) de la solution des moindres carrés associée au problème linéarisé localement de minimisation de la fonction coût C , sont alors utilisées pour l'inversion coopérative des données de résistivités apparentes et de temps de première arrivée. Comme on le verra en pratique sur un cas synthétique, de manière à pondérer l'influence de la contrainte induite par Δm_n dans l'inversion coopérative sur chaque cellule du modèle (faible contrainte dans les zones du modèle où la sensibilité de chaque méthode est faible et inversement), on introduit le terme de covariance *a priori* sur le modèle :

$$C_M = \beta W^t W \quad (30)$$

avec W la matrice de sensibilité de chaque méthode sur le modèle de son paramètre et β le paramètre de régularisation de la contrainte coopérative dans l'inversion.

Dans un deuxième temps, nous ne prenons en compte aucune information *a priori*, i.e. $C_M^{-1} = 0$. La solution des moindres carrés associée au problème de minimisation de la fonction coût C est alors donnée pour la tomographie électrique par :

$$\delta p_n \equiv (J_n^t J_n)^{-1} (J_n^t \delta p a_n) \quad (31)$$

et pour la tomographie sismique par :

$$\delta s_n \equiv (L_n^t L_n)^{-1} (L_n^t \delta s a_n) \quad (32)$$

Ces formulations (31) et (32) de la solution des moindres carrés associée au problème linéarisé localement de minimisation de la fonction coût C , sont alors utilisées pour l'inversion séparée des données de résistivités apparentes et de temps de première arrivée.

3.3 Extraction de l'information *a priori* : zonation par classification *fuzzy c-means* (FCM)

L'analyse par classification est une étape de base de l'inversion coopérative qui a pour but la zonation des modèles de résistivité et de vitesse. La zonation consiste à identifier les zones homogènes en croisant les deux images. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser la technique de classification non-hiérarchique FCM. Ce type d'algorithme a déjà été utilisé comme outil de zonation par Tronicke *et al.*, (2004) dans le cas des tomographies radar de vitesse et d'atténuation, et par Günther and Rücker (2006b) dans le cas de la tomographie électrique et de la sismique réfraction.

La technique FCM consiste à partitionner des données en M classes, représentées chacune par un centroïde (Figure 12a), en minimisant un critère de dispersion (Figure 12b). Elle utilise

successivement deux techniques de mise à jour des centres. La première, appelée la mise à jour par lot, consiste à réassigner chaque observation au centre le plus proche. Une fois que toutes les observations ont été assignées, on recalcule les nouveaux centres, puis on réassigne toutes les observations aux nouveaux centres, et ainsi de suite. La deuxième technique, appelée mise à jour au fur et à mesure, consiste à actualiser les centres au fur et à mesure que les observations sont réassignées. Autrement dit, la première étape permet d'identifier rapidement, mais approximativement, les centres, et la deuxième étape permet de raffiner la solution. L'algorithme implémenté au cours de cette thèse dans MATLAB® garantit que FCM converge au moins vers un minimum local (Figure 12b). Pour plus de détails sur cet algorithme, on peut consulter entre autres Bezdek (1981).

La fonction objective à minimiser dans ce processus est la suivante :

$$J_m(U, V) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^M u_{ij}^m \|x_j - v_i\|^2 \quad (33)$$

avec U la matrice de répartition des paramètres des modèles, $v_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,M})$ le vecteur des centroïdes de chaque zone et u_{ij} le degré d'appartenance des paramètres normalisés x_j des modèles à la i ème zone. Le résultat est une matrice de répartition U des paramètres des modèles dans les zones résultant de cette minimisation et définis par les valeurs (résistivité et vitesse) de leurs centroïdes.

Le nombre de classe M est un paramètre à déterminer.

Les modèles *a priori* m_{prior} des paramètres résistivité (1) et vitesse (2) sont obtenus en réassignant l'index d'appartenance U des paramètres par les valeurs des centroïdes V tel que :

$$m_{prior_{j,1}} = u_j \mapsto v_{i,1} \quad m_{prior_{j,2}} = u_j \mapsto v_{i,2} \quad (34)$$

De cette manière, l'information structurale des zones définies par le processus est introduite via le terme m_{prior} .

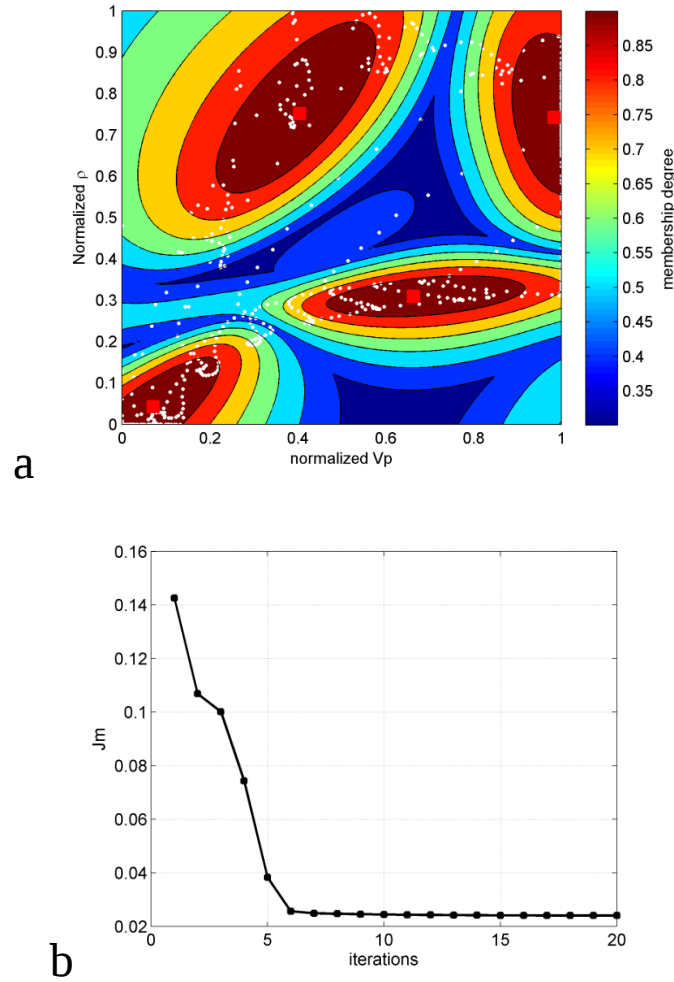


Figure 12 : (a) Cross-diagramme des valeurs normalisées des paramètres (points blancs) pour chaque cellule des modèles. Les carrés rouges représentent les centroïdes des zones obtenues par la méthode FCM pour un nombre de zones défini à 4. L'échelle de couleur caractérise le degré d'appartenance $\|x_j - v_i\|^2$ associé au processus de minimisation de la fonction (33) de chaque valeur des modèles par rapport à leur centroïde respectif.

(b) Convergence de la fonction objective (33) en fonction des itérations du processus de minimisation.

3.4 L'algorithme d'inversion coopérative

L'algorithme proposé peut être subdivisé en trois grandes étapes. Une illustration schématique est proposée à la figure 13. La première consiste à réaliser une itération de l'inversion séparée des données des deux tomographies. Les modèles de résistivité et de vitesse ainsi obtenus sont utilisés dans une deuxième étape, dite de zonation, pour créer des modèles *a priori*. L'étape de zonation est une étape d'analyse par classification appliquée conjointement aux deux

modèles. Le résultat obtenu permet d'identifier une segmentation lithologique commune aux deux modèles. Pour construire le modèle de résistivité *a priori*, on utilise la zonation issue du processus FCM réalisé en utilisant le modèle de vitesse résultant de l'inversion séparée. Le modèle de résistivité *a priori* est construit en prenant la valeur de résistivité du centroïde dans chaque zone identifiée sur le modèle segmenté. De la même façon, le modèle de vitesse *a priori* est construit en utilisant la zonation issue du processus FCM réalisé en utilisant le modèle de résistivité résultant de l'inversion séparée. La troisième et dernière étape consiste à utiliser ces modèles *a priori* dans le terme Δm_n (21) de la solution des moindres carrés associée au problème linéarisé localement de minimisation de la fonction coût C .

Les étapes peuvent être répétées jusqu'à ce que les modèles obtenus issus de l'inversion coopérative pour chaque méthode ne varient plus ou que le nombre maximal d'itérations soit atteint. En général, l'algorithme converge après une dizaine d'itérations.

Dans la pratique, le nombre de classes utilisé dans l'algorithme FCM n'est pas connu à l'avance. Il faut par conséquent le spécifier avant l'inversion, mais comment peut-on le choisir ? Paasche and Tronicke (2007) proposent de réaliser plusieurs inversions coopératives, chacune avec un nombre de classes différent. La solution est ensuite choisie sur la base de critères statistiques. Cette méthode a été testée sur un modèle synthétique. Comme on le verra en pratique, dans le cas de l'utilisation d'un paramètre de régularisation sur le terme *a priori* sur l'espace des modèles (30), le choix de ce paramètre est moins crucial. Il faut noter que la zonation proposée ici est différente de celle de Paasche and Tronicke (2007). En effet, ces derniers utilisent une analyse par classification sur les deux modèles issus de l'inversion conjointe. Cette technique a été initialement utilisée pour l'intégration des propriétés hydrogéophysiques (Paasche *et al.*, 2006). Dans notre cas, la classification est réalisée sur un modèle issu de l'inversion conjointe avec un modèle inversé séparément de manière à empêcher la solution d'être biaisée vers l'*a priori* dès les premières itérations. En effet, lors des premières itérations de l'inversion, les modèles des paramètres sont encore très lisses, ce qui engendre une géométrie biaisée des zones définies par la classification FCM. Considérant que le paramètre de régularisation sur le terme *a priori* dans l'espace des modèles est défini de manière globale (constant pour tout le processus d'inversion), il n'est dans ce cas pas possible de régulariser le terme *a priori* en fonction de l'itération. Une mauvaise classification FCM introduirait donc un mauvais *a priori* dans la solution des moindres carrés associée au problème linéarisé localement de minimisation de la fonction coût.

En outre, une information structurale *a priori* supplémentaire peut être incorporée dans le processus de classification FCM pour contraindre d'avantage l'inversion. La seule condition est que cette information *a priori*, qui peut provenir d'une imagerie géophysique haute-résolution (section interprétée de géoradar ou de sismique réflexion), d'un modèle géologique conceptuel ou encore d'informations de forages, doit pouvoir être exprimée par des indicateurs numériques ou conditionnels (par exemple 0 ou 1 pour présence ou non du substratum). Cette information *a priori* supplémentaire servira alors à contraindre la géométrie des zones dans la classification FCM.

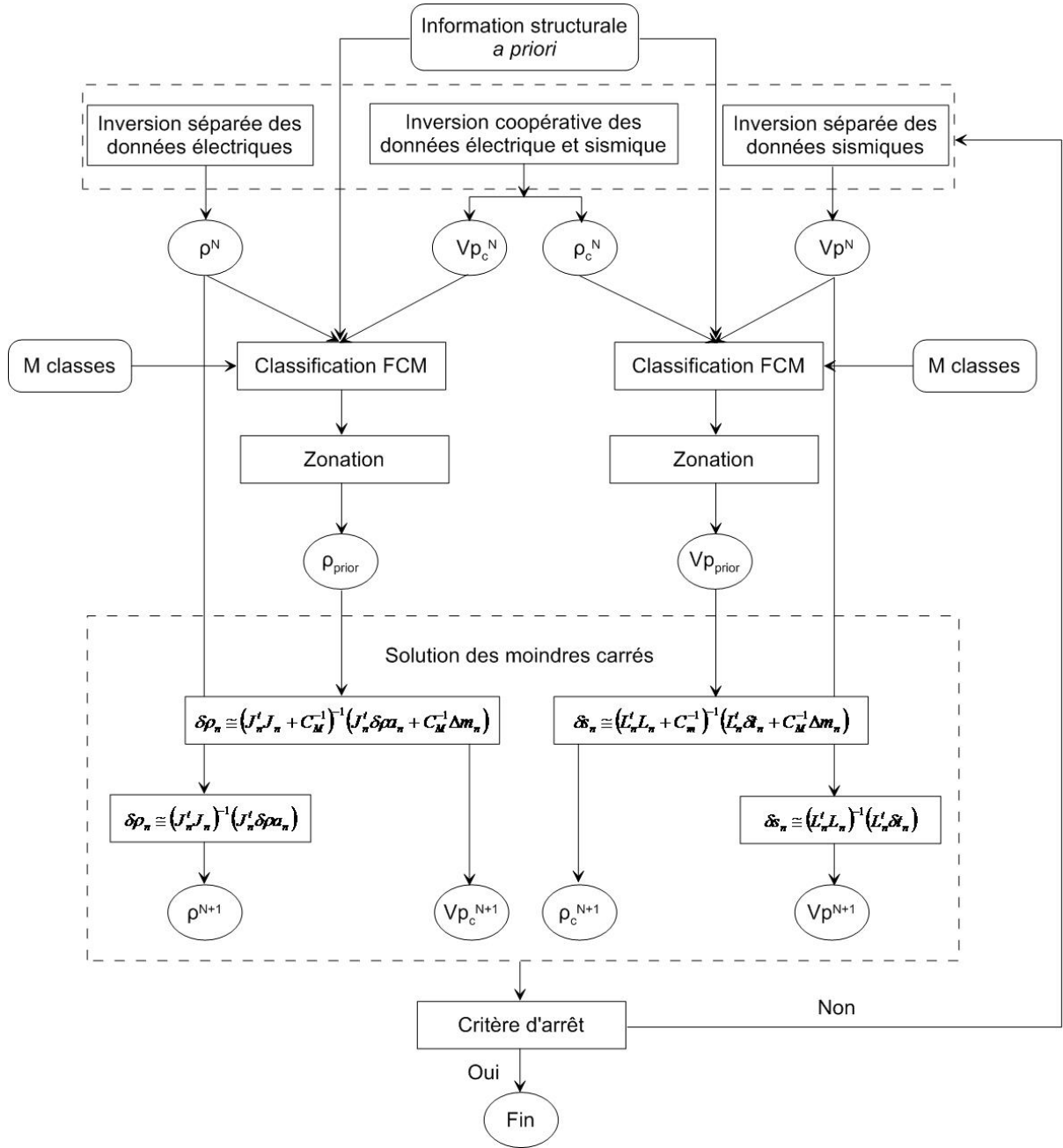


Figure 13 : Illustration schématique à l'itération N de l'algorithme proposé pour l'inversion coopérative des données de tomographies électrique et sismique. Les items encadrés par des rectangles correspondent aux étapes clef du processus d'inversion, ceux encadrés par des ellipses correspondent aux paramètres des modèles et ceux encadrés par des rectangles arrondis correspondent aux éléments définis par l'utilisateur.

3.5 La mise en œuvre pratique de l'inversion coopérative

Nous avons présenté dans les paragraphes précédents la formulation mathématique conventionnelle des problèmes directs et inverses associés aux tomographies électrique et sismique. Nous nous intéressons maintenant à la mise en œuvre pratique de l'algorithme

d'inversion coopérative défini à partir de cette formulation. Nous présentons dans cette partie les méthodes utilisées pour le calcul des résistivités apparentes ρ_a et des temps de première arrivée t , pour la construction des matrices des dérivées de Fréchet J_n et L_n et pour la résolution du système linéaire qui permet la détermination de la perturbation de résistivité $\delta\rho_n$ et de lenteur δs_n .

3.5.1 La discrétisation des modèles

Le choix de la discrétisation retenue pour décrire les modèles de résistivité et de vitesse dépend de l'application considérée et des algorithmes mis en œuvre. Nous avons choisi de discrétiser les modèles sur une grille cartésienne. Cette discrétisation permet la prise en compte de variations latérales de paramètre et elle ne nécessite aucune connaissance *a priori* du milieu, contrairement à la discrétisation par couches où un nombre donné de couches est considéré. De plus, elle est totalement adaptée aux algorithmes mis en œuvre pour le calcul des résistivités apparentes et des temps de première arrivée et pour la résolution du problème inverse.

3.5.2 Le calcul des données synthétiques

Pour le calcul des résistivités apparentes synthétiques ρ_{a_n} nous avons utilisé le code de modélisation FW-2.5D (Pidlisecky and Knight, 2008) dont les programmes MATLAB® sont disponibles en open-source. A titre de démonstration, la figure 14 montre une représentation d'un modèle 2D de résistivité synthétique et la comparaison entre la solution analytique donnant la répartition du potentiel électrique dans l'espace et la solution numérique obtenue avec l'approche FW-2.5D.

Le calcul des temps de premières arrivées synthétiques t_n repose sur une résolution numérique de l'équation eikonale. Pour notre approche, nous avons utilisé la méthode Fast Marching Method FMM (Sethian, 1996 ; Grandjean and Sage, 2004). A titre de démonstration, la figure 15 montre une représentation d'un modèle 2D acoustique synthétique et la carte des temps obtenue par la méthode FMM pour une source située en surface à l'abscisse 0 m.

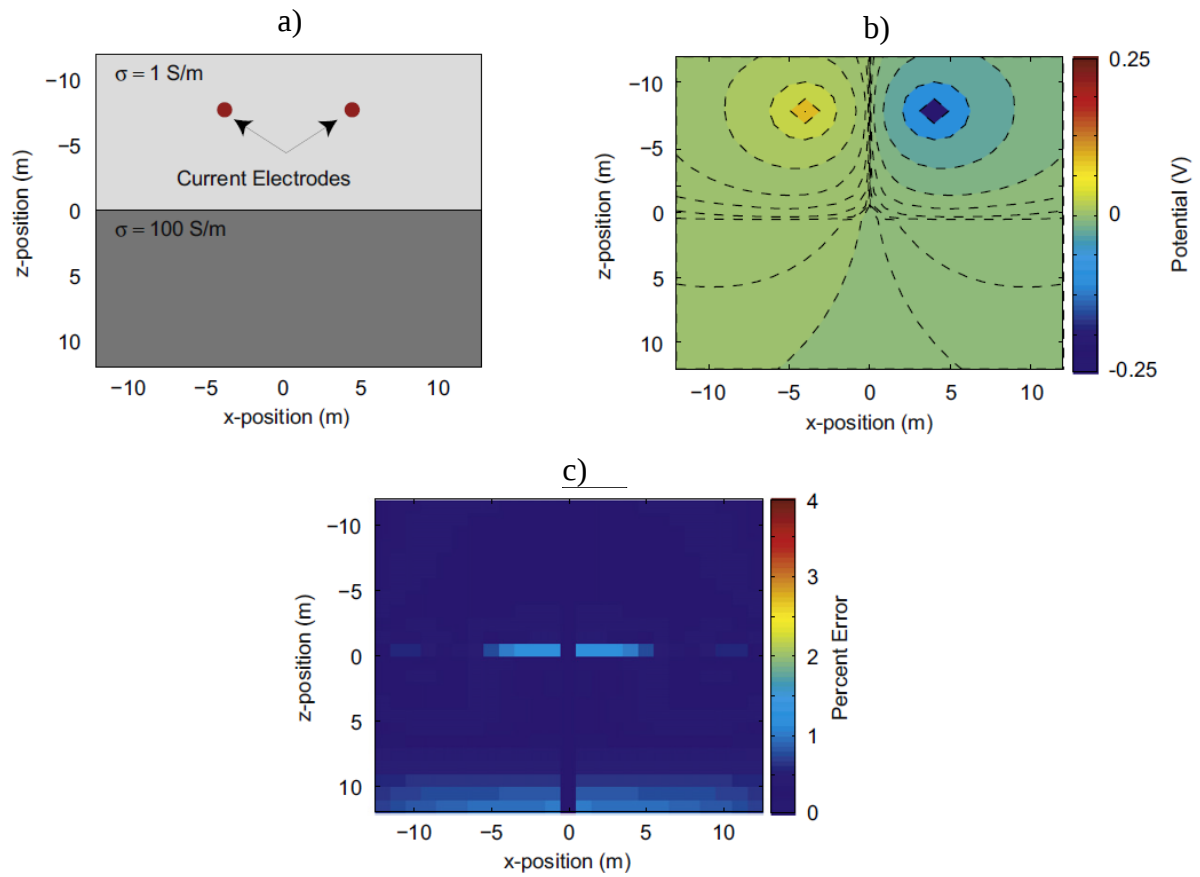


Figure 14 : a) Modèle de résistivité. b) Solution analytique donnant la répartition du potentiel électrique dans l'espace pour les positions des électrodes. c) Différence absolue entre la solution analytique et la solution obtenue avec l'approche FW-2.5D (modifié d'après Pidlisecky and Knight, 2008).

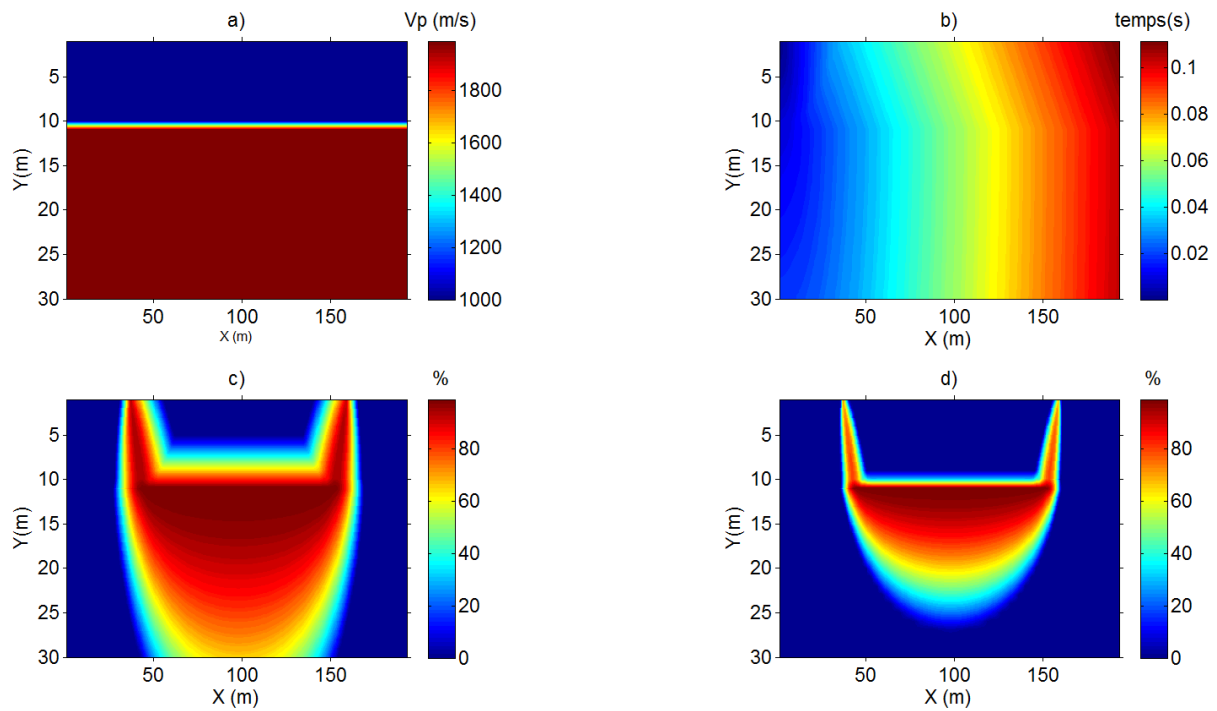


Figure 15 : (a) Modèle de vitesse V_p . (b) Carte des temps obtenue avec la méthode FMM dans l'espace du modèle. (c) Zone de Fresnel calculées pour un couple source-récepteur pour une fréquence f de 50 Hz. (d) Zone de Fresnel calculées pour un couple source-récepteur en surface pour une fréquence f de 200 Hz.

3.5.3 La résolution du système linéaire tomographique

Nous avons fait le choix d'une méthode de reconstruction. Les méthodes de reconstruction ont pour principe général de rétropropager à chaque itération les résidus entre données mesurées et calculées, sur les mailles pour lesquelles la sensibilité du dispositif de mesure est non-nulle et calculée pour un modèle donné. La méthode de reconstruction la plus répandue et utilisée dans le cadre de cette étude est la méthode *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT). van der Sluis and van der Vorst (1987) ont prouvé théoriquement la convergence de cette méthode vers une solution au sens des moindres carrés pondérés. L'avantage principal de la méthode de reconstruction est sa simplicité de mise en œuvre. Pour la tomographie sismique, concernant le tracé des trajets d'ondes *a posteriori*, nous avons choisi une approche alternative au tracé de rais en modélisant le signal par une zone de Fresnel (Figure 15) (Watanabe *et al.*, 1999 ; Grandjean and Sage, 2004).

3.5.4 Le critère d'arrêt

La définition du critère d'arrêt du schéma itératif d'inversion est directement liée à la définition de la qualité du modèle de paramètre obtenu. Le critère d'arrêt dépend alors essentiellement de l'expérience de l'utilisateur qui décide d'arrêter le processus itératif quand le modèle de paramètre obtenu lui semble satisfaisant. Dans la pratique, le critère d'arrêt peut être défini à partir de plusieurs valeurs : une valeur maximale d'itérations à réaliser, une valeur minimale de fonction coût à atteindre, l'erreur RMS est plus petite qu'une valeur définie, l'erreur RMS de deux itérations consécutives est inférieure à 1%. Dans le cadre de ce travail, nous avons défini à partir de tests préalables, pour chacun des cas traités, une valeur maximale unique d'itérations à réaliser de manière à garantir une bonne convergence des modèles de paramètres.

Nous définissons par ailleurs l'erreur RMS qui représente la fonction normalisée d'ajustement des données :

$$rms = \sqrt{\frac{(d - G(m^k))^t (d - G(m^k))}{N}} \quad (35)$$

3.5.5 Le choix du paramètre de régularisation

Le paramètre de régularisation β se pose pour les régimes de régularisation explicites (Günther, 1975). Il pondère les contraintes de l'espace des modèles par rapport aux résidus sur les données. Les petites valeurs de β produiront un modèle très structuré avec de forts contrastes du paramètre et expliquant bien les données observées. Au contraire, les grandes valeurs de β se traduisent par des modèles proches de l'*a priori* avec une plus faible correspondance des données. En général, un compromis entre ajustement des données et contraintes sur le modèle doit être recherché. Dans certains cas, des valeurs raisonnables de β peuvent être dérivées considérant les unités physiques des données et du modèle ou tirées de l'expérience (Loke and Barker, 1996). Cependant, il est utile d'optimiser β de manière à ne pas perdre d'informations car le paramètre de régularisation influe de manière significative sur la qualité du modèle. Dans ce qui suit, le procédé pour optimiser le paramètre de régularisation β est présenté. Pour un aperçu plus exhaustif des méthodes d'optimisation, le lecteur pourra se référer à Vogel (2002) et Kilmer and O'Leary (2001).

Le tracé de la fonctionnelle des données Φd en fonction de celle des modèle Φm pour différentes valeurs de β est appelé méthode *L-curve* en raison de sa forme en L caractéristique

(Figure 16, Hansen and O’Leary, 1993). Sur la *L-curve*, on observe souvent un changement de courbure qui permet de caractériser le paramètre β optimal. Dans ce cas, une méthode simple pour définir précisément le paramètre β optimal est de calculer la courbure de la *L-curve* et d’en déterminer le maximum. Cependant, cette méthode permet de trouver un compromis à chaque itération en comparant la norme du terme des résidus avec celui de l’*a priori* sans pouvoir caractériser l’impact du terme *a priori* sur la qualité du modèle.

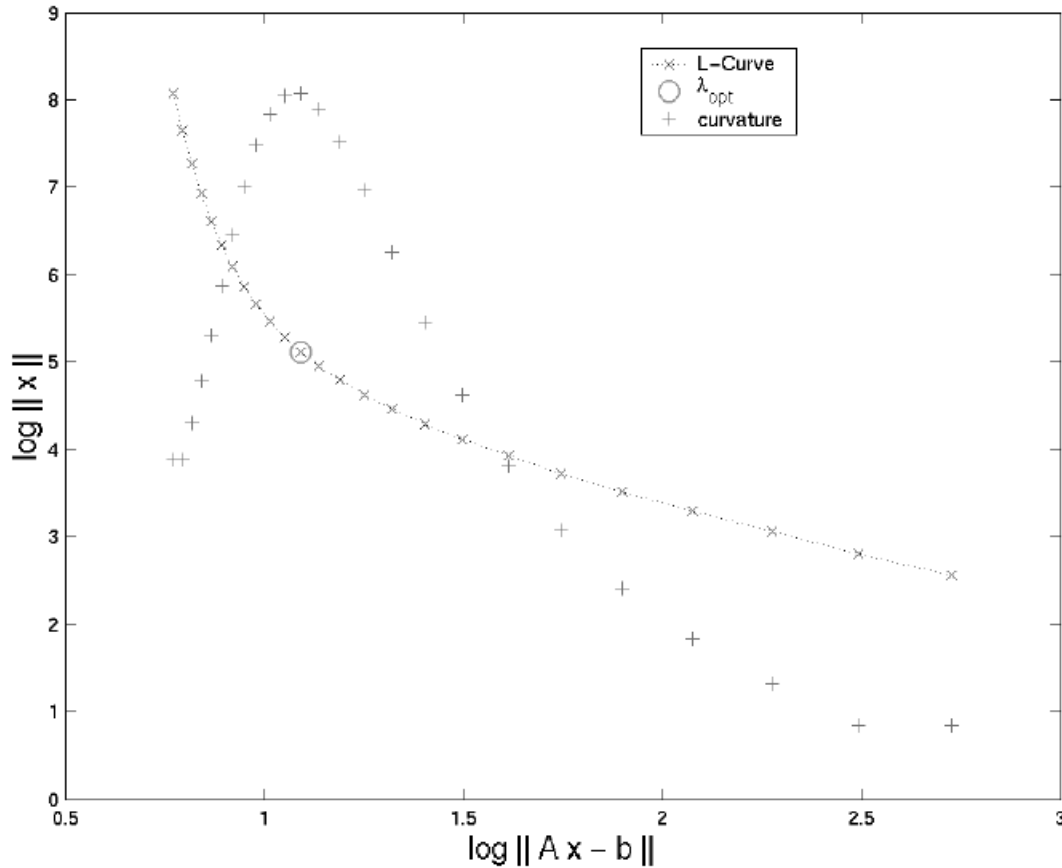


Figure 16 : Tracé de la *L-curve* et de sa courbure. Le paramètre de régularisation optimal est représenté par un cercle au niveau du maximum de courbure (d’après Günther, 1975).

De manière à pouvoir quantifier l’impact d’un mauvais *a priori* sur la qualité du modèle (dans un cas où la géologie ne se prêterait pas à la segmentation des modèles), et en s’inspirant de la méthode *L-curve*, nous avons donc choisi de réaliser plusieurs inversions avec des valeurs différentes de β et de tracer directement l’évolution de l’erreur RMS finale à l’issue du processus d’inversion en fonction de ces valeurs pour l’inversion électrique et sismique. De la même manière que pour la méthode *L-curve*, la valeur optimale de β pour l’inversion

électrique et sismique est alors déterminée à partir du maximum de courbure de la courbe ainsi définie.

3.5.6 L'implémentation et les performances informatiques

Le code d'inversion coopérative a été implémenté en 2D sous forme de programmes MATLAB®. A ce stade, il n'est donc pas optimisé pour des applications expérimentales, notamment pour des jeux de données de taille importante. A titre d'exemple, l'application du code pour l'inversion d'un profil électrique et sismique de 96 capteurs avec un espacement de 5 m et un espacement de 10 m pour les sources sismiques, comprenant l'inversion séparée et l'approche coopérative, nécessite une durée approximative d'une journée. Notons que ce temps ne comprend pas la durée nécessaire pour la paramétrisation du code et que ce temps augmente avec la quantité de données à inverser et la taille des modèles.

Cependant, dans l'optique d'une utilisation opérationnelle de ce code, il est possible de retranscrire les programmes et fonctions du code en un langage plus approprié et qui permette également la parallélisation (langage C, Fortran 90, etc.).

La réalisation de calculs parallèles consiste en l'exécution d'un traitement partitionné en tâches élémentaires réparties entre plusieurs cœurs opérant simultanément. Il est ainsi possible de réduire significativement le temps de calcul nécessaire à l'exécution des programmes du code. Un algorithme d'inversion, pour tirer pleinement profit de la puissance de calcul d'une architecture parallèle, doit donc pouvoir être facilement partitionné en tâches élémentaires.

3.6 Application sur des données synthétiques

Dans cette section, nous présentons les résultats des tomographies électrique et sismique sur deux modèles synthétiques. Nous comparons les inversions séparées à notre approche d'inversion coopérative.

Les modèles synthétiques (1) et (2) ont été générés sur une grille commune de taille 70 m × 10 m et discrétisée avec un pas constant de 1 m dans les deux directions x et z. Il faut noter que la grille utilisée en électrique comprend des cellules supplémentaires dont la taille devient de plus en plus grande vers les bords pour simuler les conditions aux frontières. Pour la modélisation électrique, 70 électrodes sont placés en surface avec un pas constant de 1 m. Un dispositif Wenner-Schlumberger est utilisé. Pour la modélisation sismique, 70 géophones et 35 positions de source sont placés en surface avec un pas respectif constant de 1 et 2 m. Pour

ces tests, on a ajouté aux données synthétiques électriques et sismiques un bruit gaussien avec un écart type de 5% et une fréquence de 80 Hz a été utilisée pour la modélisation sismique.

3.6.1 Modèle 1

Ce modèle est inspiré de Zhou et *al.* (2014). En électrique, il consiste en un milieu à trois couches avec une couche principale d'une résistivité de 50 $\Omega.m$ encadrée en surface par une fine couche et en profondeur par le substratum, les deux plus résistants de même résistivité 100 $\Omega.m$. Les couches du modèle de vitesse (V_p) sont les mêmes que pour le modèle de résistivité avec une V_p de 1000 m/s dans la première couche, de 2000 m/s dans la deuxième couche et de 4000 m/s dans la couche la plus profonde. Ces deux modèles synthétiques sont présentés sur la figure 17. Les données modélisées à partir de ces modèles et de la configuration d'acquisition décrite précédemment, y sont également représentées.

Ce modèle permet, d'une part, de voir à quel point l'information structurale de la couche en profondeur (le substratum) va s'échanger entre les deux modèles. Il faut noter que cette zone correspond à une zone de faible résolution en électrique du fait de la présence de la couche conductrice située au-dessus qui peut induire un effet de masquage et de forte résolution en tomographie sismique du fait de sa plus forte V_p . Dans un premier temps, ce modèle permet de voir comment se comporte l'algorithme lorsqu'il existe un fort lien structural entre les deux modèles (ici, la structure est identique).

Le modèle initial utilisé pour l'inversion électrique est un modèle homogène dont la valeur de résistivité est égale à la moyenne des résistivités apparentes modélisées. Pour l'inversion sismique, le modèle initial utilisé est un gradient de V_p de 1000 à 4000 m/s depuis la surface vers la profondeur.

Comme cela a été mentionné dans la présentation de l'algorithme, le nombre de classes doit être spécifié avant l'inversion. Dans un premier temps, nous proposons de définir le nombre de classes équivalent au nombre de couches réellement présentes dans le modèle, c'est-à-dire $M = 3$. De même, nous fixons le paramètre de régularisation $\beta = 10^{-4}$. Le choix du nombre de classes et des paramètres de régularisation lorsque ces derniers ne sont pas orientés par une connaissance *a priori* sera discuté pour le modèle synthétique 2.

Dans le cas de l'inversion coopérative, nous réalisons dans un premier temps l'inversion en appliquant la contrainte du terme *a priori* Δm_n de manière constante sur toutes les cellules des modèles électrique et sismique, c'est-à-dire tel que $W = I$ dans (30). Ensuite, de manière à pondérer l'influence de la contrainte induite par le terme *a priori* dans l'inversion coopérative

sur chaque cellule du modèle (faible contrainte dans les zones du modèle où la sensibilité de l'autre méthode est faible et inversement), on introduit W la matrice de sensibilité d'une méthode dans le terme (30) associée au processus d'inversion de l'autre méthode.

Les figures 18 et 21 illustrent l'effet de cette opération sur la construction du modèle *a priori* de chaque paramètre avec la classification FCM et sur le terme $C_M^{-1} \Delta m_n$.

Les figures 19 et 22 présentent les résultats des approches d'inversion séparée et coopérative pour les tomographies électrique et sismique du modèle 1.

Les figures 20 et 23 montrent l'évolution de l'erreur RMS normalisée ainsi que l'évolution de l'indice de similarité structurale SSIM au cours des itérations du processus d'inversion pour les tomographies électrique et sismique. L'indice SSIM est une mesure de similarité entre deux images numériques (Wang *et al.*, 2004). Il est égal à 1 lorsque deux images sont identiques et vaut 0 lorsqu'il n'existe aucune ressemblance entre elles. Dans notre cas, il est donc obtenu en considérant le résultat de chaque approche d'inversion avec le vrai modèle synthétique du paramètre considéré (résistivité ou V_p).

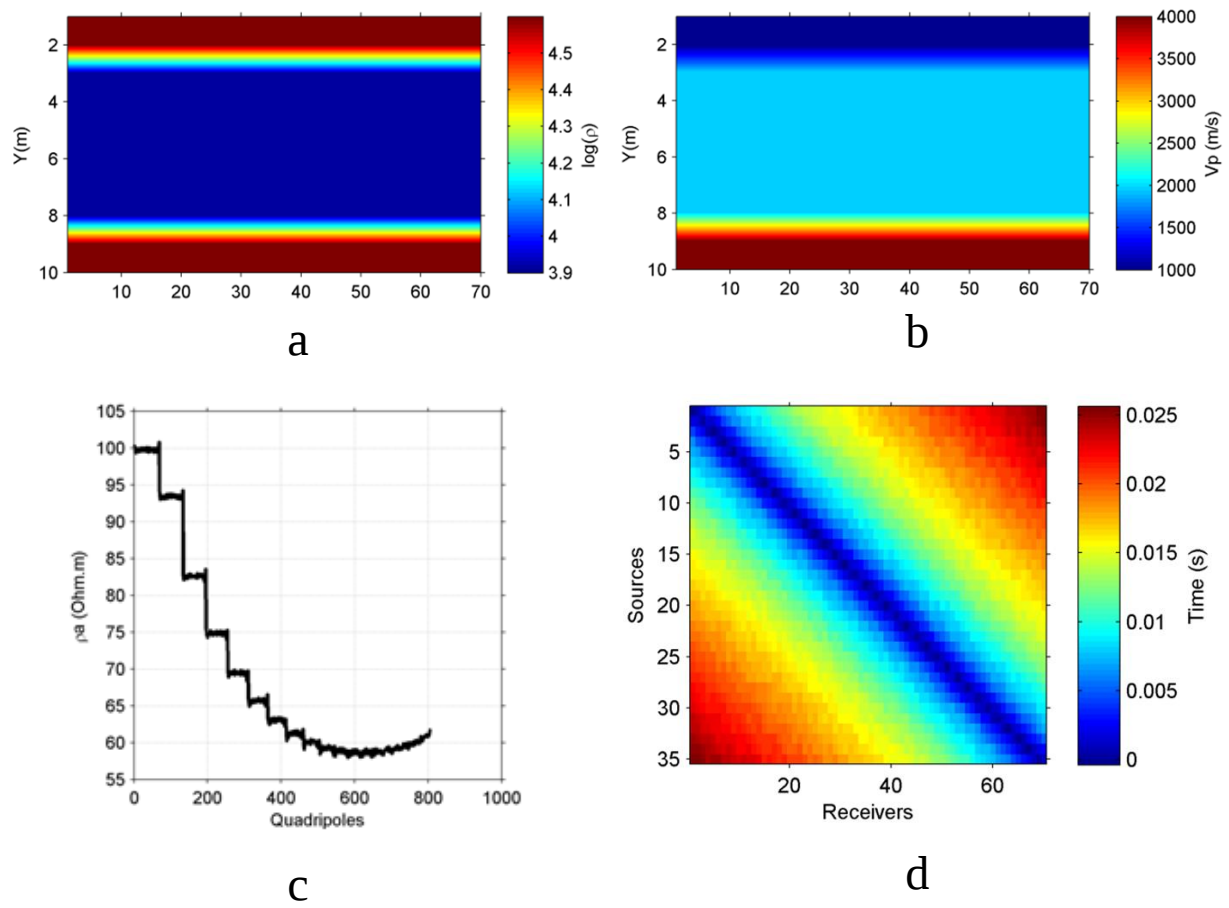


Figure 17 : Modèles synthétiques 1. (a) et (b) modèles du log de résistivité et de vitesse V_p , (c) et (d) résistivités apparentes et temps de première arrivée sismique modélisés avec ajout du bruit gaussien.

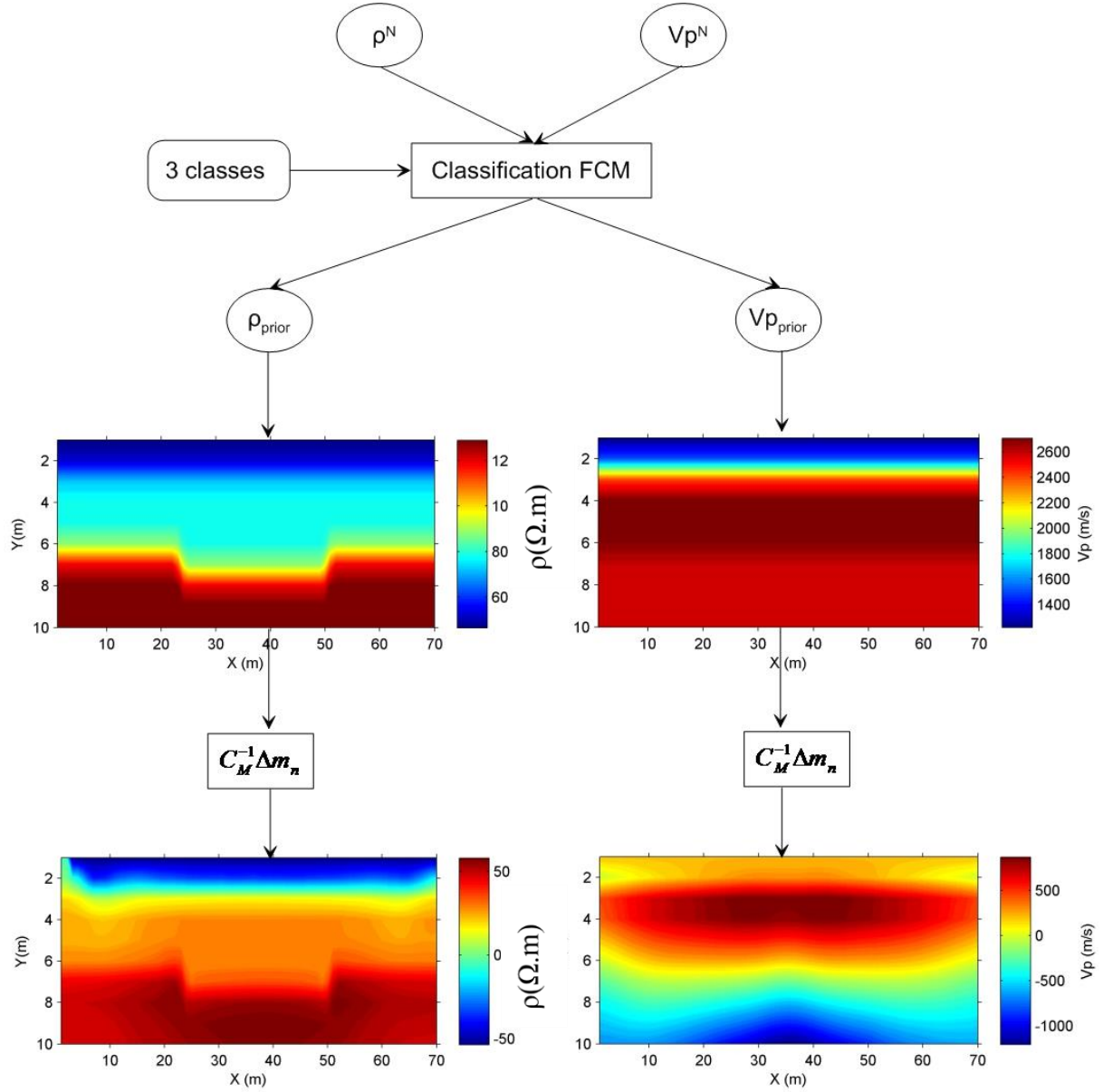


Figure 18 : Illustration schématique à l'itération N pour le modèle synthétique 1 de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$. Ici, la contrainte du terme a priori Δm_n est constante sur toutes les cellules des modèles électrique et sismique, c'est-à-dire tel que $W=I$ dans (30). $\rho\Omega$

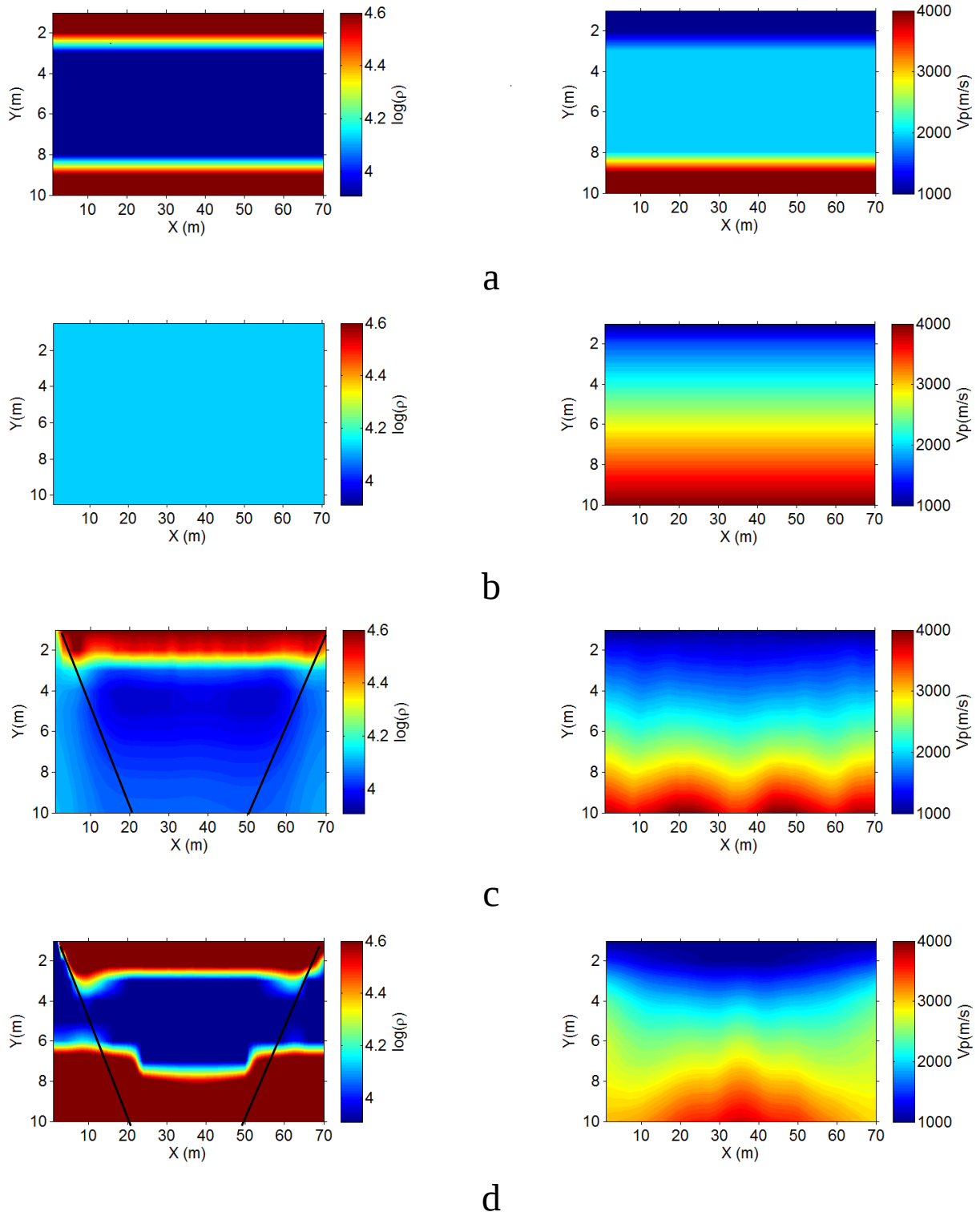


Figure 19 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 1 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles initiaux, (c) modèles obtenus après inversion séparée et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec $W = I$. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.

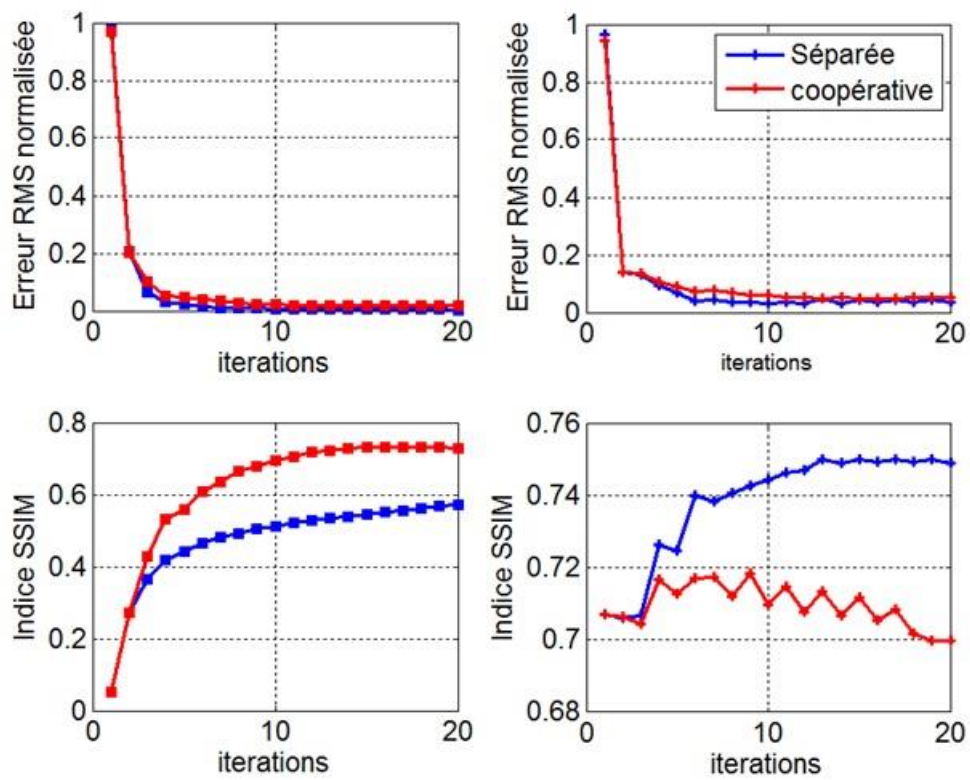


Figure 20 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).

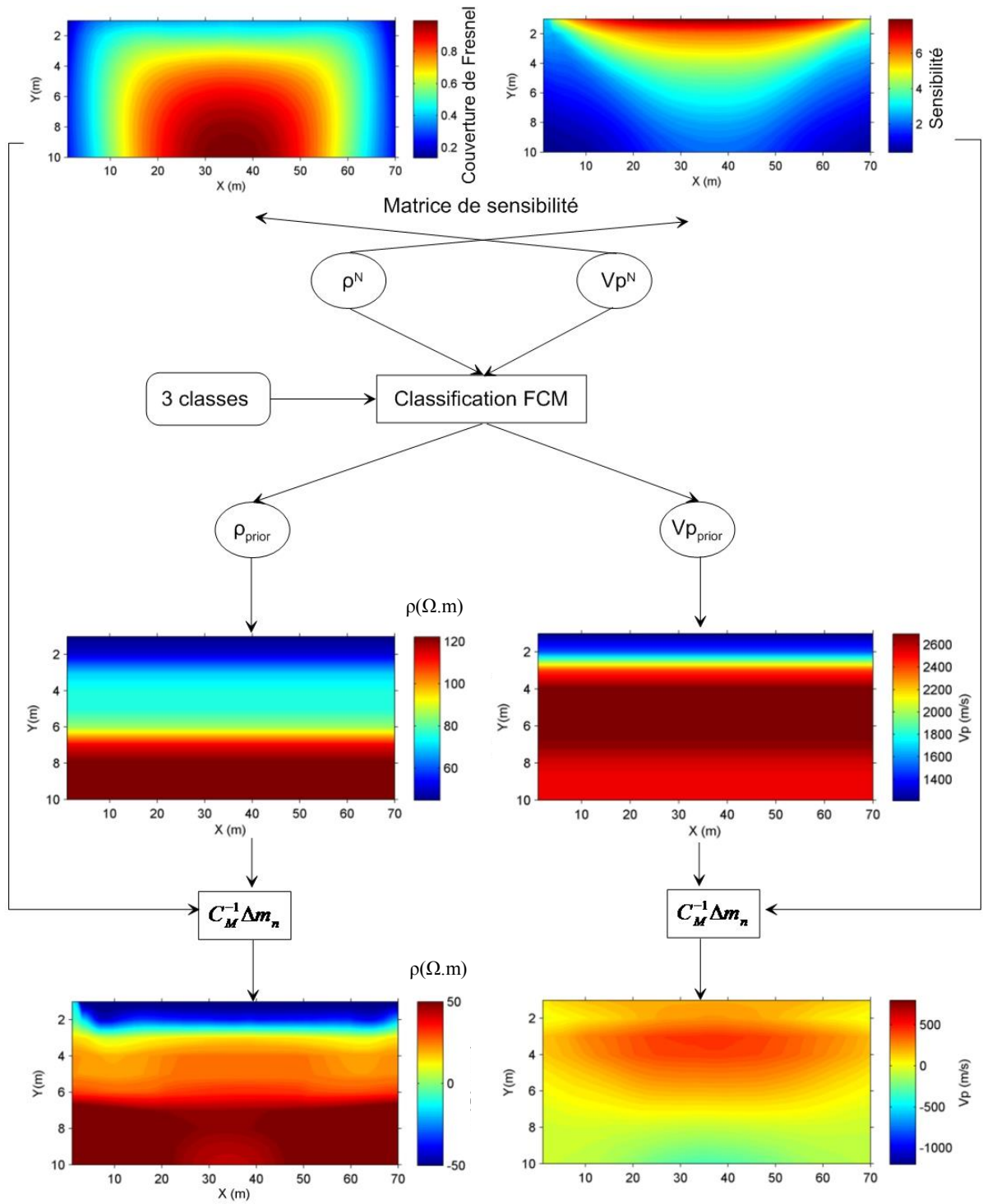


Figure 21 : Illustration schématique à l'itération N , pour le modèle synthétique 1, de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$. Ici, la matrice de sensibilité de chaque méthode est introduite dans le terme $C_M^{-1} \Delta m_n$ via la matrice W , de manière à appliquer à l'autre méthode, uniquement dans les zones de forte sensibilité, la contrainte du terme a priori.

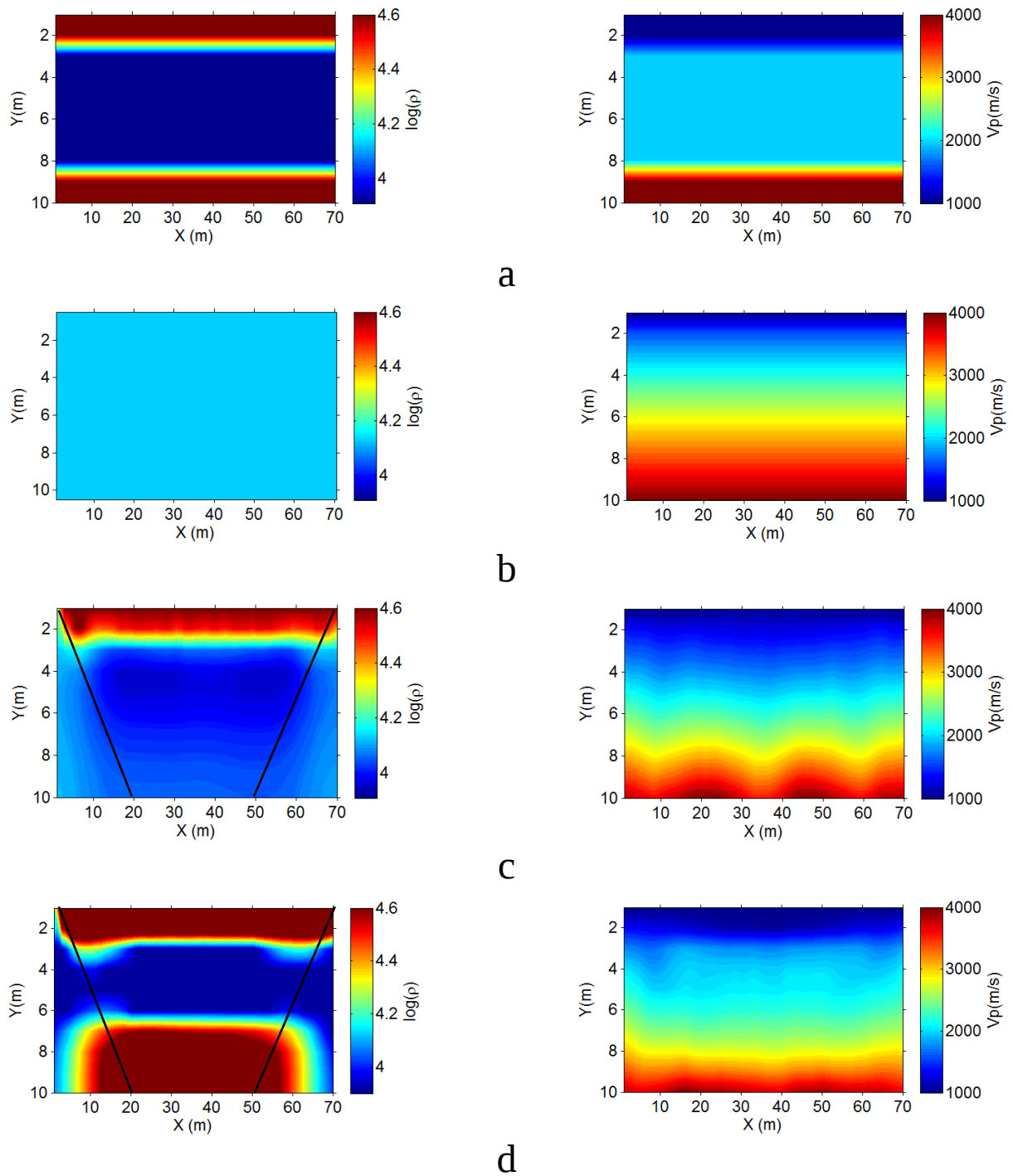


Figure 22 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 1 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles initiaux, (c) modèles obtenus après inversion séparée et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme a priori. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.

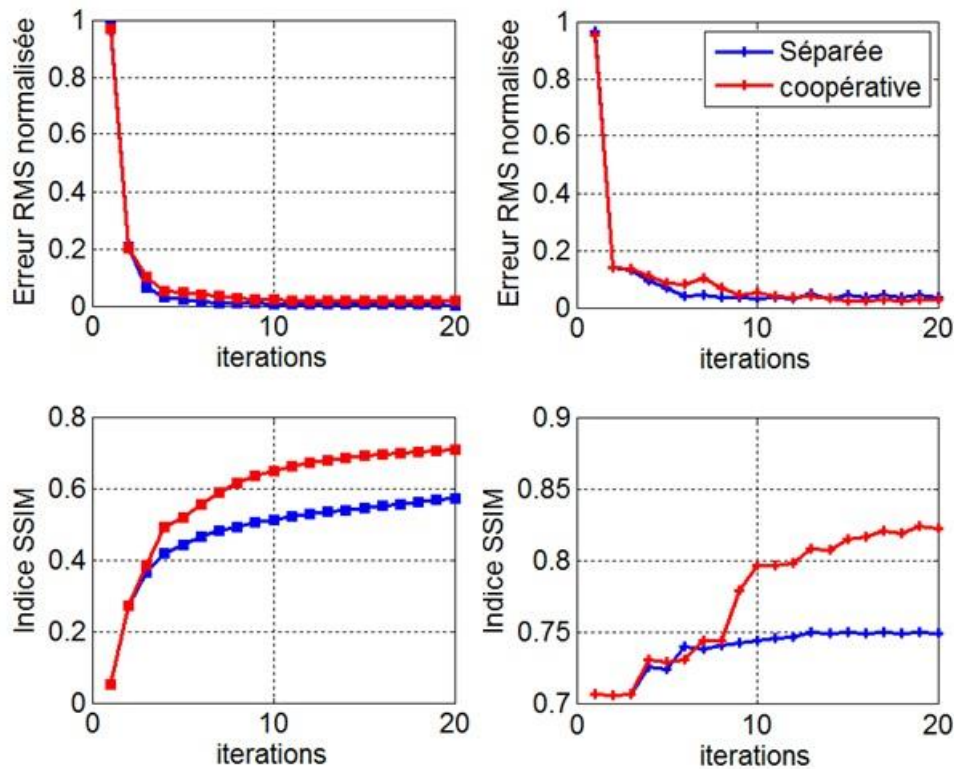


Figure 23 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).

On constate tout d'abord que les images de résistivité et de V_p issues des inversions donnent des résultats très satisfaisants quelle que soit l'approche utilisée. En effet, pour l'inversion séparée, la couche résistante superficielle sur la tomographie électrique sont bien reconstruites ainsi que l'augmentation des vitesses avec la profondeur sur la tomographie sismique comme le montre la figure 19c. En revanche, les images de résistivité électrique issue de l'inversion séparée présente une absence de définition de la couche résistante profonde. Par ailleurs, l'image de V_p issues des deux approches d'inversion ne permet pas de bien retrouver l'organisation tabulaire du modèle synthétique (Figure 19c).

Lorsqu'on utilise l'approche d'inversion coopérative avec $W = I$, la résistivité électrique et la délimitation de cette couche résistante profonde sont mieux définies sur la tomographie électrique, bien que son toit soit placé à une profondeur un peu plus faible que la réalité (Figure 19d). Elle présente cependant des artefacts de structure sur les bords du modèle qui sont probablement dus à l'application de la contrainte dans des zones de faible sensibilité. Ceci se traduit par une nette amélioration de l'indice SSIM, qui augmente de 10% par rapport à une inversion séparée alors que l'erreur RMS reste similaire (Figure 20) ; ce qui signifie que les deux modèles de résistivité issus de l'inversion séparée et de l'inversion coopérative

expliquent tout aussi bien les données de résistivité apparente mais que le modèle issu de l'inversion coopérative est structuralement bien plus proche du vrai modèle synthétique.

Sur la tomographie sismique, on observe par contre une dégradation générale du modèle de V_p qui fait apparaître une structure en “dôme” au centre de la tomographie (Figure 19d). Ceci se traduit par une baisse de l'indice SSIM qui diminue de 5% par rapport à une inversion séparée alors que l'erreur RMS reste similaire (Figure 20).

Sur la figure 18, on constate en effet que la mauvaise définition de la couche profonde par la tomographie électrique séparée engendre un modèle *a priori* $V_{p_{prior}}$ constitué uniquement de la couche superficielle et d'un demi-espace. Le terme *a priori* $C_M^{-1} \Delta m_n$ induit donc une diminution de V_p dans la partie basse du modèle alors que cette dernière était bien caractérisée par l'inversion séparée.

Lorsqu'on utilise l'approche d'inversion coopérative avec la prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme *a priori* Δm_n (Figure 21), la résistivité électrique et la délimitation de cette couche résistante profonde sont tout aussi bien définies sur la tomographie électrique, bien que son toit soit toujours placé à une profondeur un peu plus faible que la réalité (Figure 22d). L'évolution de l'erreur RMS et de l'indice SSIM sont également quasi similaires que précédemment (Figure 23).

Sur la tomographie sismique, on observe par contre une nette amélioration du modèle de V_p avec la disparition de la structure en “dôme” (Figure 22d). On observe également une bien meilleure délimitation des couches profonde et superficielle. La couche centrale de $V_p = 2000$ m/s apparaît également plus homogène bien que des vitesses légèrement plus rapides subsistent à la base de la couche. Cette amélioration se traduit par une hausse de l'indice SSIM qui augmente de 7% par rapport à l'inversion séparée alors que l'erreur RMS reste similaire (Figure 23).

Sur la figure 21, on constate en effet que la prise en compte de la matrice de sensibilité de la tomographie électrique pour la pondération du terme *a priori* sismique permet de s'affranchir du mauvais *a priori* en profondeur induit par l'absence de définition de la couche résistante profonde par l'inversion électrique séparée. Le terme *a priori* tend effectivement vers une mise à jour nulle en profondeur et délimite bien la base de la couche superficielle. De la même manière, la prise en compte de la matrice de sensibilité de la tomographie sismique pour la pondération du terme *a priori* électrique permet de s'affranchir des artefacts en bords de modèle puisque la couverture de Fresnel est quasi-nulle dans ces zones. Ceci permet d'y diminuer le poids de la contrainte *a priori*.

Globalement, on constate donc que l'approche d'inversion coopérative avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme *a priori* Δm_n permet d'améliorer considérablement les modèles de résistivité et de V_p comparativement à l'inversion séparée.

Un dernier test d'inversion a été réalisé en considérant l'hypothèse d'une information structurale *a priori* supplémentaire (qui proviendrait par exemple d'une imagerie géophysique haute-résolution), incorporée dans le processus de classification FCM pour contraindre d'avantage l'inversion. Cette information structurale supplémentaire est exprimée par des indicateurs numériques 1, 2 et 3 qui caractérisent dans ce cas chacune des trois couches du modèle synthétique 1 (Figure 24). Dans ce cas, considérant que l'information structurale est connue en tout point du modèle, on applique à nouveau une pondération $W = I$.

La figure 24 illustre l'effet de cette opération sur la construction du modèle *a priori* de chaque paramètre avec la classification FCM et sur le terme $C_M^{-1} \Delta m_n$.

La figure 25 présente les résultats de l'approche d'inversion coopérative pour les tomographies électrique et sismique du modèle 1. Les résultats de l'inversion séparée des paramètres y sont également représentés pour comparaison.

La figure 26 montre l'évolution de l'erreur RMS normalisée ainsi que l'évolution de l'indice de similarité structurale SSIM au cours des itérations du processus d'inversion pour les tomographies électrique et sismique.

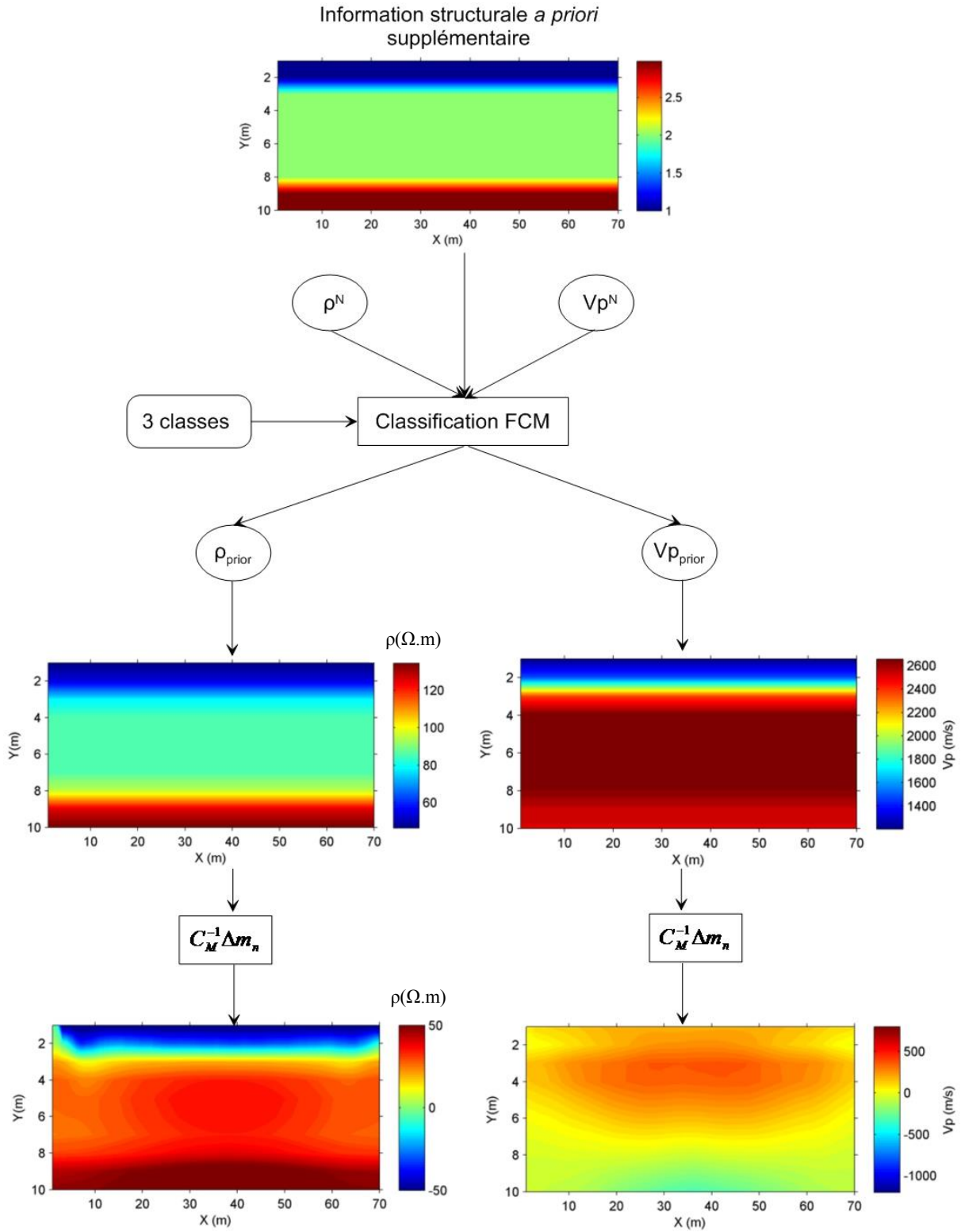


Figure 24 : Illustration schématique à l'itération N , pour le modèle synthétique 1, de la construction du modèle *a priori* de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$. Ici, l'information structurale supplémentaire est prise en compte dans la classification FCM via une matrice d'indicateurs numériques 1, 2 et 3.

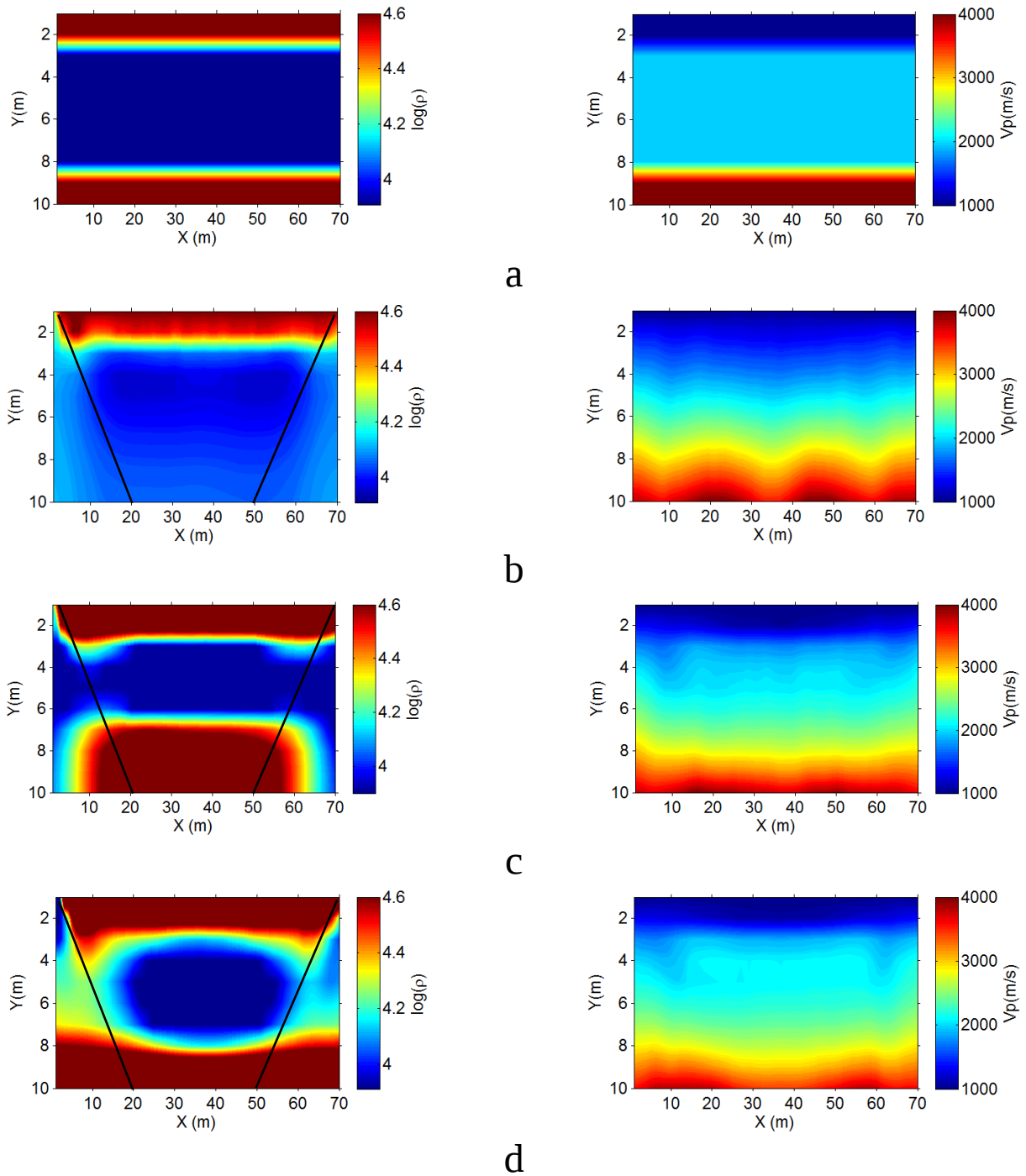


Figure 25 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 1 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles obtenus après inversion séparée, (c) modèles obtenus après inversion coopérative seule et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte de l'information structurale supplémentaire dans la classification FCM. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.

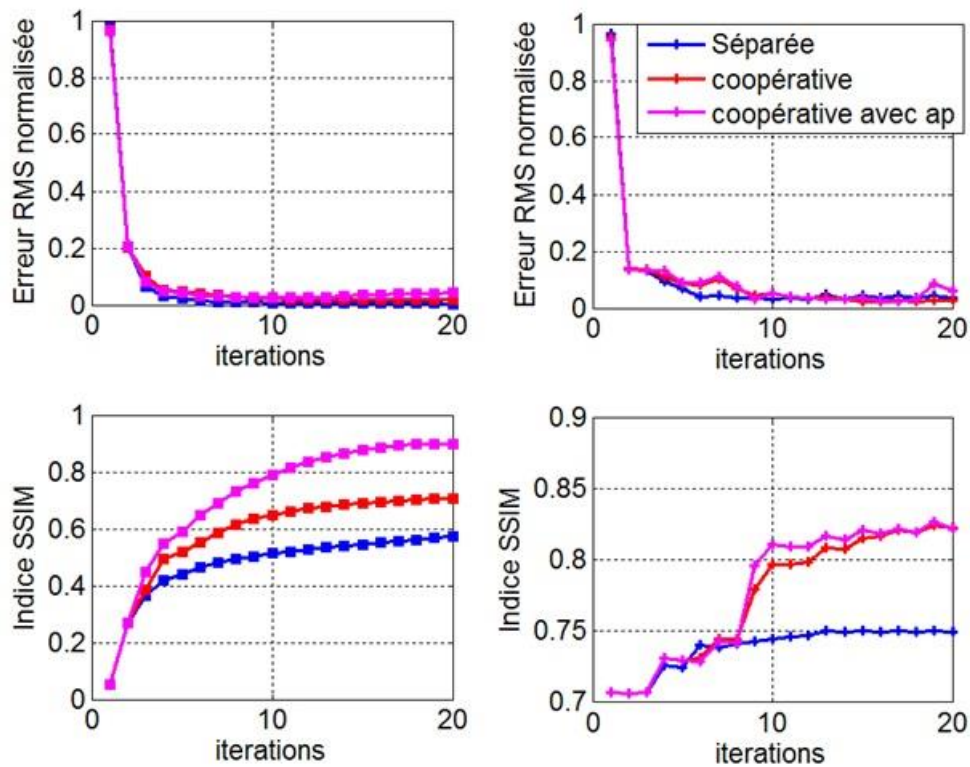


Figure 26 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).

On constate que l'approche d'inversion coopérative avec prise en compte d'une information structurale supplémentaire permet encore d'améliorer les modèles de résistivité et de V_p comparativement à l'inversion séparée et à l'inversion coopérative sans information structurale supplémentaire. Les observations effectuées pour cette dernière sont globalement les mêmes ici. On observe cependant que les couches profonde et superficielle sont encore mieux délimitées sur les tomographies électrique et sismique (Figure 25d) et que la couche centrale de $V_p = 2000$ m/s apparaît encore plus homogène dans ce cas (Figure 25c, d). La profondeur du toit de la couche résistante profonde est également définie de manière plus précise (Figure 25c, d). Ceci se traduit par une nette amélioration de l'indice SSIM pour la tomographie électrique, qui augmente de 30% par rapport à une inversion séparée et de 20% par rapport à l'inversion coopérative sans information structurale supplémentaire, alors que l'erreur RMS reste similaire. Pour la tomographie sismique, l'indice SSIM atteint un seuil plus tôt dans le processus d'inversion, mais sa valeur finale est comparable à celle de l'inversion coopérative sans information structurale supplémentaire (Figure 26). La figure 24 illustre la bonne prise en compte de l'information structurale supplémentaire dans la construction des modèles *a priori* avec la classification FCM.

Notons que le résultat de ce test avec prise en compte d'une information structurale supplémentaire est optimal puisque l'information utilisée ici décrit parfaitement la structure du modèle synthétique (Figure 24). Dans un cas moins idéal, le résultat dépendra donc évidemment de la qualité et de l'extension de l'information supplémentaire.

3.6.2 Modèle 2

Ce modèle est inspiré de Günther and Rücker (2006b). En électrique, il consiste en un milieu à deux couches avec une couche profonde d'une résistivité de $100 \Omega.m$, surmontée d'une couche superficielle très conductrice d'une résistivité de $10 \Omega.m$. A l'abscisse 40 m, une marche d'escalier caractérisant une faille par exemple, est incorporée dans le modèle. La structure du modèle de vitesse (V_p) est la même que pour le modèle de résistivité avec une couche de vitesse 1000 m/s en surface et une couche profonde de 4000 m/s. Une couche intermédiaire de vitesse 3000 m/s est incorporée dans le modèle entre les profondeurs 6 et 8 m. Cette couche est en contact avec la structure en marche d'escalier à l'abscisse 40 m. Ces deux modèles synthétiques sont présentés sur la figure 27. Les données modélisées à partir de ces modèles et de la configuration d'acquisition décrite au début de cette section, y sont également représentées.

De la même manière que pour le modèle 1, ce modèle permet de voir à quel point l'information structurale de la couche en profondeur ainsi que celle de la couche intermédiaire sur le modèle sismique va s'échanger entre les deux modèles. Il faut noter que la résistivité de la couche superficielle sur le modèle électrique est encore plus faible que celle de la couche centrale du modèle 1. Ce modèle permet également de voir comment se comporte l'algorithme en présence d'une structure plus complexe qu'un milieu tabulaire (marche d'escalier) et lorsqu'il existe une différence structurale entre les deux modèles (ici, la couche intermédiaire présente sur le modèle de V_p n'a pas son équivalent sur le modèle de résistivité).

Le modèle initial utilisé pour l'inversion électrique est un modèle homogène dont la valeur de résistivité est égale à la moyenne des résistivités apparentes modélisées. Pour l'inversion sismique, le modèle initial utilisé est un gradient de V_p de 1000 à 4000 m/s depuis la surface vers la profondeur.

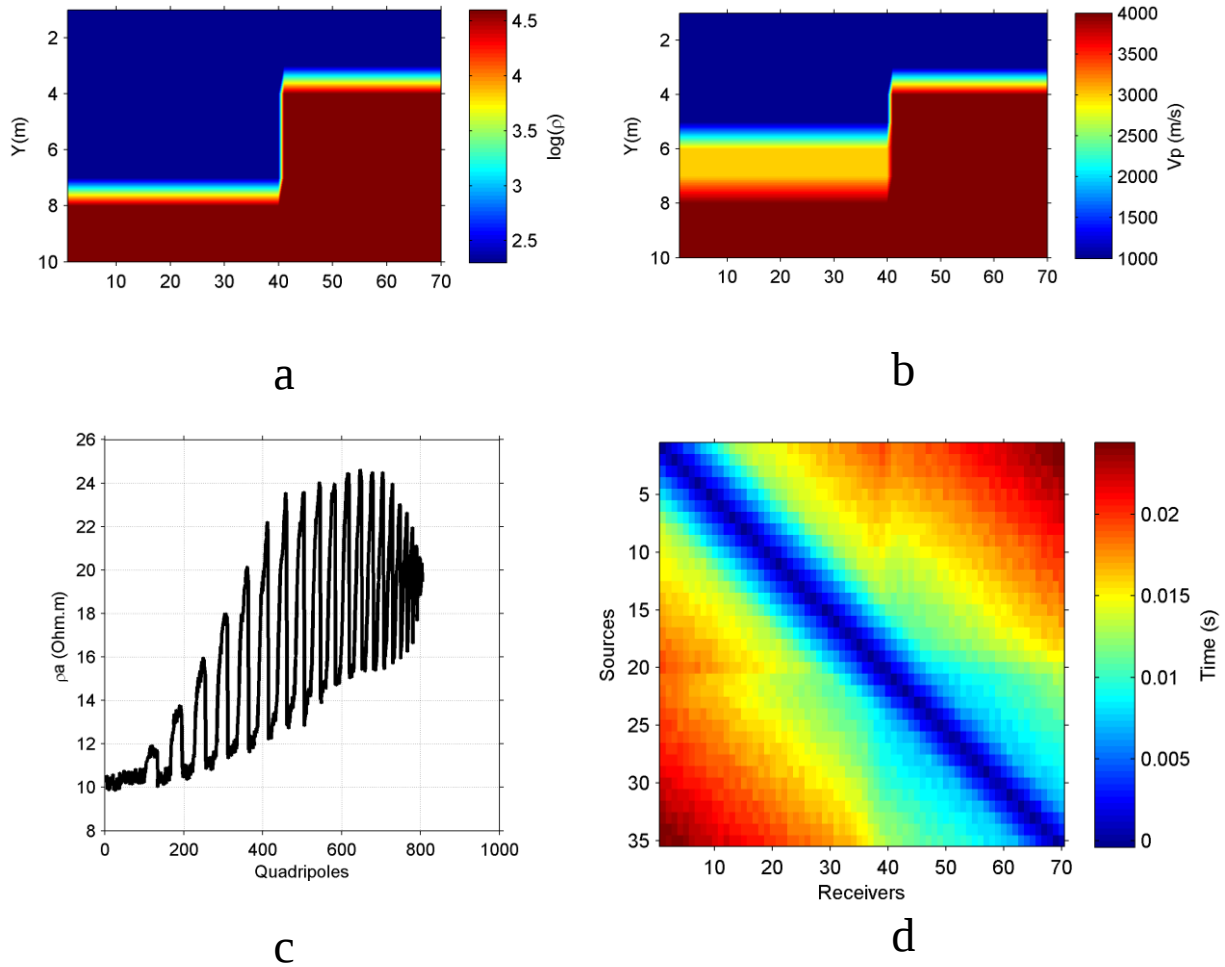


Figure 27 : Modèles synthétiques 2. (a) et (b) modèles du log de résistivité et de vitesse V_p , (c) et (d) résistivités apparentes et temps de première arrivée sismique modélisés avec ajout du bruit gaussien.

3.6.2.1 Le choix du nombre de classes

Nous nous plaçons ici dans le cas où nous n'avons aucune information *a priori* sur le nombre de classes optimal à utiliser pour l'inversion coopérative, de manière à ne pas introduire de mauvais *a priori* dans le processus d'inversion. Paasche and Tronicke (2007) proposent de réaliser plusieurs inversions coopératives, chacune avec un nombre de classes différent. L'inversion coopérative a donc été réalisée à partir des données de la figure 27c et d pour un nombre de classes allant de 1 à 6. Nous avons vu pour le modèle synthétique 1, que l'erreur RMS n'était pas un critère statistique discriminant pour juger de la qualité des modèles reconstruits par l'inversion coopérative. A l'inverse, l'indice SSIM permet de caractériser la similarité structurale des modèles reconstruits avec les vrais modèles, même quand l'évolution de l'erreur RMS est similaire entre deux approches différentes d'inversion. Nous

avons donc choisi de représenter la variation de l'indice SSIM au terme du processus d'inversion coopérative, en fonction du nombre de classes utilisé pour l'étape de classification FCM (Figure 28). On observe alors que le maximum de l'indice SSIM est atteint pour un nombre de classes $M = 2$ pour la tomographie électrique et un nombre de classes $M = 3$ pour la tomographie sismique. Ces nombres de classes correspondent effectivement au nombre de couches qui composent respectivement les modèles de résistivité et de Vp.

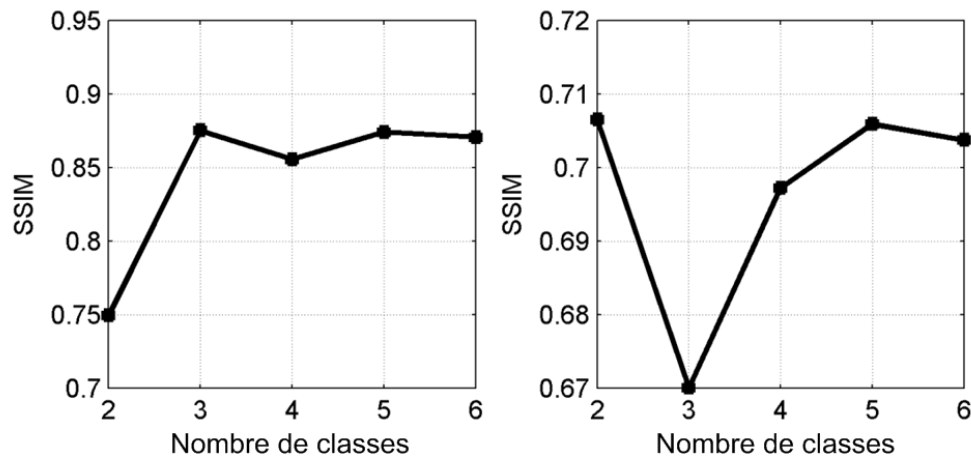


Figure 28 : Variation de l'indice SSIM au terme du processus d'inversion coopérative, en fonction du nombre de classes utilisé pour l'étape de classification FCM pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite).

Cependant, cette pratique est relativement longue à mettre en œuvre (considérant notamment les performances informatiques du code évoquées précédemment). Il s'agirait donc de pouvoir déterminer le nombre optimal de classes avant toute étape d'inversion des données. Trouver le bon nombre de classes est un problème récurrent (Wang and Zhang, 2007 ; Ramze Rezae et al., 1998). Ce problème est généralement appelé validité de la classification. Une fois que la répartition est obtenue par la méthode de classification FCM pour différents nombres de classes, les mesures de validité peuvent nous aider à valider un nombre de classes si ces classes sont représentatives de la structure de l'ensemble des données ou non. Dans la littérature, il existe une multitude de mesures de validité d'une classification. Utilisés seuls, aucun d'entre eux n'est suffisant. Pour un nombre de classes allant toujours de 1 à 6, nous avons effectué une classification FCM séparée pour le modèle de résistivité et de Vp issus de l'inversion séparée. La classification FCM séparée permet de caractériser la classification propre à chacun de ces modèles de manière à pouvoir possiblement sélectionner un nombre de classes optimal différent pour les tomographies électrique et sismique. Six mesures de validité

ont ensuite été calculées parmi celles les plus utilisées que sont le coefficient de répartition (PC), l'entropie de classification (CE), l'indice de répartition (SC), l'indice de séparation (S), l'indice de Xie et Beni (XB) et l'indice de Dunn (DI). L'objectif ici n'est pas de détailler la théorie de chacune des mesures de validité. Pour cela, le lecteur pourra se référer à Bezdek (1981), Bezdek and Dunn (1975), Gath and Geva (1989) et Xie and Beni (1991). Les figures 29 et 30 représentent respectivement les valeurs de ces différentes mesures de validité en fonction du nombre de classes pour les tomographies électrique et sismique.

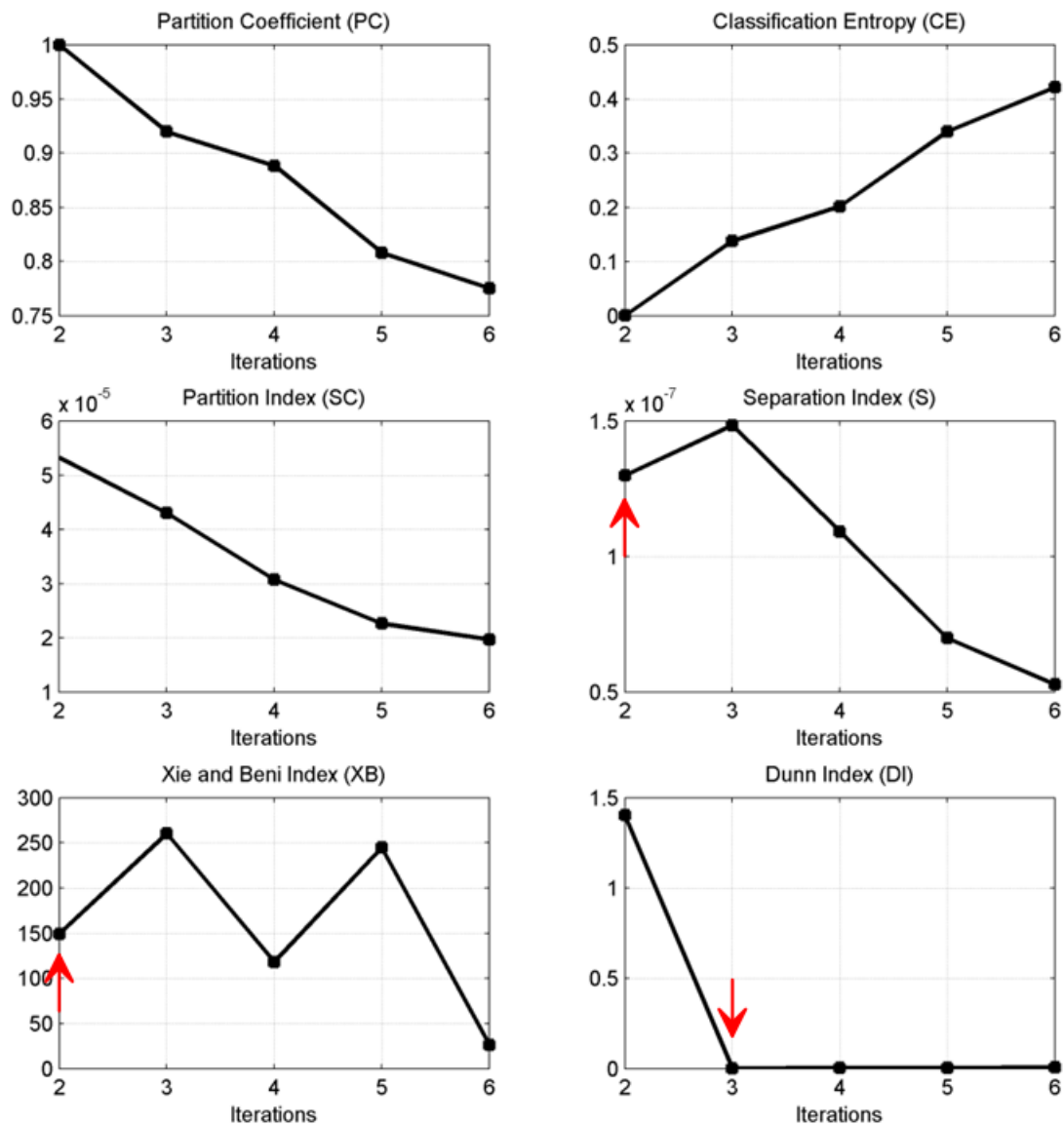


Figure 29 : Variations des mesures de validité utilisées en fonction du nombre de classes pour la classification FCM du modèle de résistivité issu de l'inversion séparée. Les flèches rouges indiquent le nombre de classes pour lequel la mesure de validité en question est déterminante.

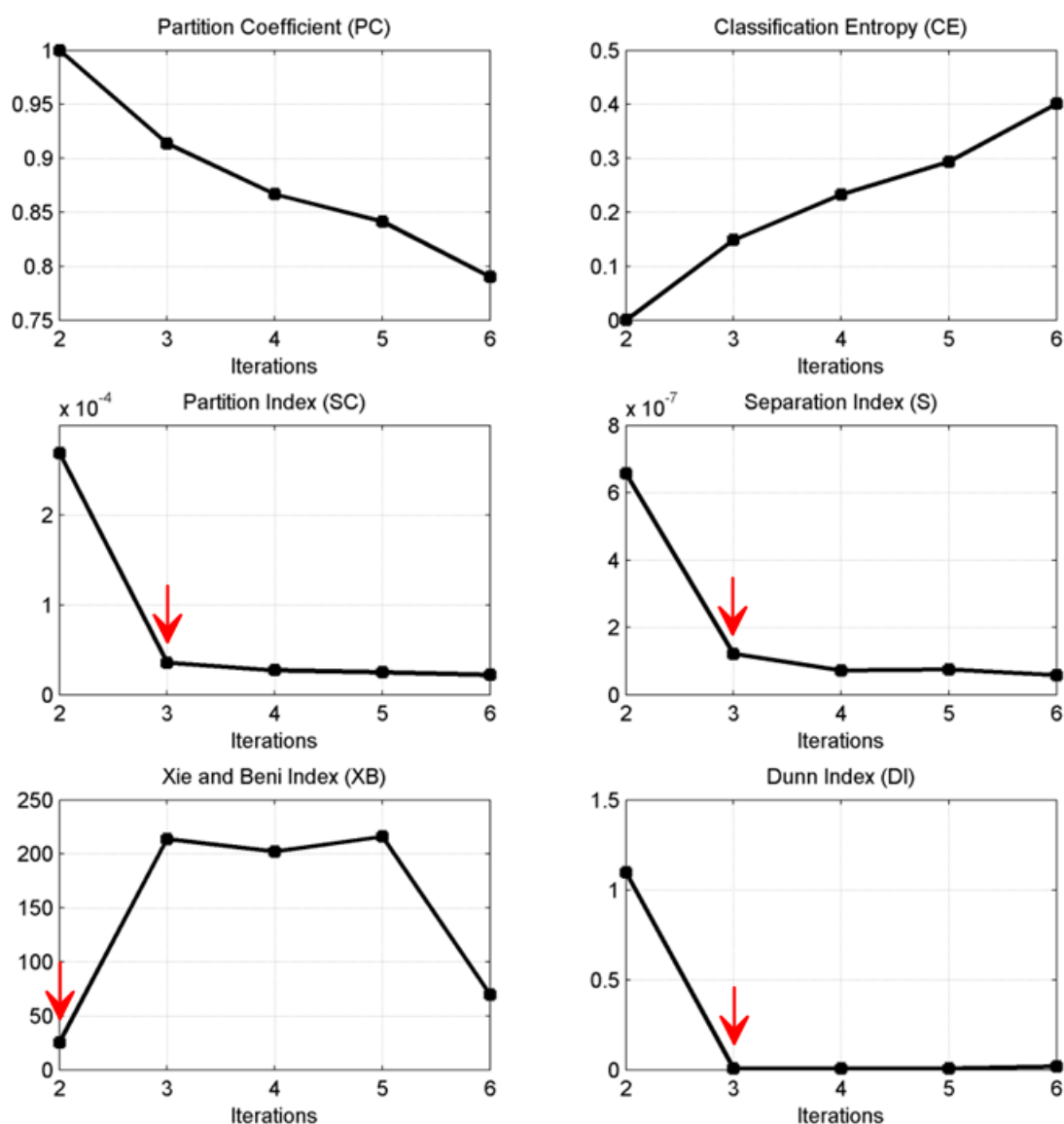


Figure 30 : Variations des mesures de validité utilisées en fonction du nombre de classes pour la classification FCM du modèle de V_p issu de l'inversion séparée. Les flèches rouges indiquent le nombre de classes pour lequel la mesure de validité en question est déterminante.

Il faut mentionner à nouveau, qu'aucun indice de validation n'est fiable que par lui-même et le nombre de classes optimal ne peut être déterminé que par comparaison de ces mesures. Nous considérons que les classifications avec un petit nombre de classes sont préférables lorsque les mesures de validité sont comparables à celles pour un nombre de classes plus important.

Concernant la classification FCM du modèle de résistivité, le principal inconvénient de PC, CE et SC est la monotonie croissante ou décroissante et l'absence de connexion directe aux données. Ces mesures de validité ne sont donc pas considérées comme déterminantes pour le choix du nombre optimal de classes. Par contre, pour S et XB, la mesure de validité augmente

dès $M = 3$ ce qui crée un minimum local en $M = 2$. S et XB diminuent à nouveau pour $M = 4$ mais nous privilégions les petits nombres de classes comme évoqué précédemment. L'indice de Dunn, quant à lui, indique une forte décroissance en $M = 3$ et des valeurs similaires pour $M > 3$. Considérant la majorité des mesures de validité déterminantes, nous choisissons un nombre optimal de classes $M = 2$ (Figure 29).

Concernant la classification FCM du modèle de V_p , de la même manière que précédemment, les mesures PC et CE présentent une monotonie respectivement décroissante et croissante. Ces mesures de validité ne sont donc pas considérées comme déterminantes pour le choix du nombre optimal de classes. Par contre, SC, S et DI indiquent une forte décroissance en $M = 3$ et des valeurs similaires pour $M > 3$. L'indice de Xie et Beni, quant à lui, augmente dès $M = 3$ ce qui crée un minimum local en $M = 2$. Considérant la majorité des mesures de validité déterminantes, nous choisissons un nombre optimal de classes $M = 3$ (Figure 30).

Au final, cette analyse des mesures de validité de la classification FCM des modèles de résistivité et de V_p pour différents nombres de classes permet de retrouver les nombres de classes qui maximisent l'indice SSIM pour chacune des tomographies (Figure 28). Notons cependant que les conclusions tirées de l'analyse de ces mesures de validité ne sont pas univoques et que la méthodologie n'est donc pas déterministe.

3.6.2.2 Le choix du paramètre de régularisation

Ici encore, nous nous plaçons dans le cas où nous n'avons aucune information *a priori* sur le paramètre de régularisation à utiliser pour l'inversion coopérative. Nous appliquons donc la méthodologie explicitée précédemment.

Plusieurs inversions coopératives sont réalisées avec des valeurs différentes de β et l'évolution de l'erreur RMS finale à l'issue du processus d'inversion est tracée en fonction de ces valeurs pour les inversions électrique et sismique. De la même manière que pour la méthode *L-curve*, la valeur optimale de β pour les inversions électrique et sismique est alors déterminée à partir du maximum de courbure de la courbe ainsi définie (Figure 31).

La méthodologie permet de déterminer un paramètre optimal de régularisation $\beta=0.001$ pour l'inversion coopérative électrique et $\beta=5.10^{-5}$ pour l'inversion coopérative sismique.

On voit bien ici que l'utilisation du paramètre de régularisation choisi par cette méthode dérivée de la méthode *L-curve* permet de pondérer l'impact du terme *a priori* sur la solution pour que les modèles permettent toujours de bien expliquer les données tout en intégrant une contrainte sur les modèles. Ceci permet de s'affranchir de l'effet du biais que pourrait

introduire un mauvais *a priori*. Le choix du nombre de classes pour la construction du modèle *a priori*, qui pourrait être un vecteur de mauvais *a priori*, est ainsi également rendu moins crucial.

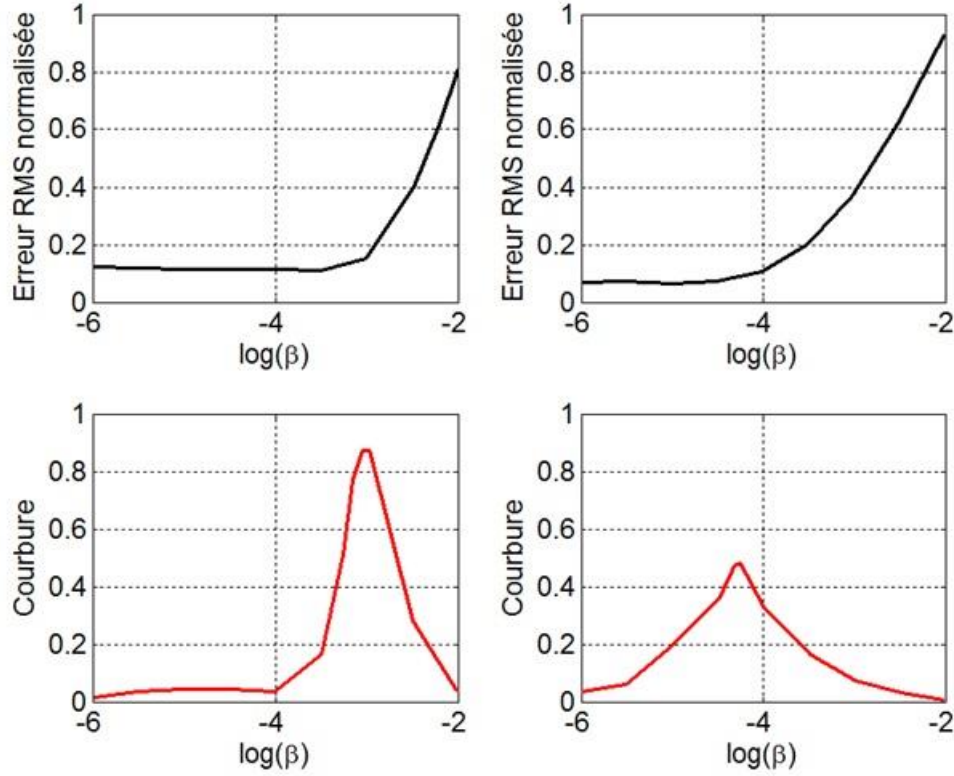


Figure 31 : (haut) Variations de l'erreur RMS normalisée en fonction du $\log(\beta)$ et (bas) courbure associée pour l'inversion coopérative électrique (gauche) et sismique (droite).

3.6.2.3 Résultats

L'inversion séparée et coopérative a donc été réalisée à partir du jeu de données de la figure 27, en utilisant les paramètres déduits précédemment et avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme *a priori*.

La figure 32 illustre la construction, à l'itération N, du terme $C_M^{-1}\Delta m_n$ et du modèle *a priori* de chaque paramètre avec la classification FCM.

La figure 33 présente les résultats des inversions séparée et coopérative pour les tomographies électrique et sismique du modèle 2.

La figure 34 montre l'évolution de l'erreur RMS normalisée ainsi que l'évolution de l'indice de similarité structurale SSIM au cours des itérations du processus d'inversion pour les tomographies électriques et sismiques.

On constate à nouveau que les images de résistivité et de V_p issues des inversions donnent des résultats très satisfaisants quelle que soit l'approche utilisée. En effet, pour l'inversion séparée, l'augmentation des vitesses avec la profondeur sur la tomographie sismique ainsi que la marche d'escalier résistante sur la tomographie électrique sont bien reconstruites comme le montre la figure 33c. La résistivité de cette structure est cependant légèrement sous-évaluée. Par contre, le modèle de V_p ne permet pas de bien caractériser la structure en marche d'escalier, la transition se faisant de manière plutôt lisse. De même, la couche intermédiaire de $V_p = 3000$ m/s n'est pas mise en évidence. Cette dernière est noyée dans un gradient de V_p . Par ailleurs, l'image de résistivité électrique issue de l'inversion séparée ne permet pas de délimiter avec précision l'extension de la couche résistante profonde entre les abscisses 0 et 40 m (Figure 33c). On observe uniquement une vaste zone de résistivité un peu plus élevée. Ceci est sûrement dû à un effet de masquage par la couche très conductrice superficielle.

Dans le cas de l'approche d'inversion coopérative, la résistivité électrique et la délimitation de cette couche résistante profonde sont mieux définies sur la tomographie électrique entre les abscisses 0 et 40 m, bien que son toit soit placé à une profondeur un peu plus faible que la réalité (Figure 33d). On observe effectivement sur la figure 32 que le modèle *a priori* tend à faire augmenter la résistivité dans cette zone. La définition verticale de la structure en marche d'escalier est cependant un peu dégradée. Ceci se traduit par une nette amélioration de l'indice SSIM, qui augmente de 15% par rapport à une inversion séparée alors que l'erreur RMS reste similaire (Figure 34).

Sur la tomographie sismique, on observe une nette amélioration du modèle de V_p (Figure 33d). La structure verticale en marche d'escalier est bien mieux résolue. La V_p de cette couche profonde diminue cependant par rapport à l'inversion séparée. La figure 32 montre en effet que l'information structurale de la marche d'escalier, visible sur la tomographie électrique a bien influencé la construction du modèle sismique *a priori* qui tend à faire augmenter la V_p dans cette zone. On observe également une meilleure délimitation de la couche intermédiaire de $V_p = 3000$ m/s bien que sa V_p soit sous-estimée. Cette amélioration se traduit par une hausse de l'indice SSIM qui augmente de 5% par rapport à l'inversion séparée alors que l'erreur RMS reste similaire (Figure 34). Globalement, on constate donc que l'approche d'inversion coopérative permet d'améliorer considérablement les modèles de résistivité et de V_p comparativement à l'inversion séparée. Par ailleurs, il apparaît que la dissimilarité structurale des modèles synthétiques de résistivité et de V_p n'engendre pas de biais dans la reconstruction des modèles par l'approche d'inversion coopérative, notamment

du fait de l'utilisation d'un nombre de classes différent pour la classification FCM dans les inversions coopératives électrique et sismique.

Le test d'inversion en considérant l'hypothèse d'une information structurale *a priori* supplémentaire incorporée dans le processus de classification FCM a également été réalisé pour ce modèle synthétique 2. Cette information structurale supplémentaire est exprimée par les indicateurs numériques 0 et 1 qui caractérisent dans ce cas la présence (1) ou non (0) du substratum géophysique défini par la couche profonde de $\rho = 100 \Omega.m$ et $V_p = 4000 \text{ m/s}$ (Figure 35). Dans ce cas, considérant que l'information structurale est connue en tout point du modèle, on applique à nouveau une pondération $W = I$.

La figure 35 illustre la construction, à l'itération N , du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$ et du modèle *a priori* de chaque paramètre avec la classification FCM.

La figure 36 présente les résultats de l'approche d'inversion coopérative pour les tomographies électrique et sismique du modèle 2. Les résultats de l'inversion séparée des paramètres y sont également représentés pour comparaison.

La figure 37 montre l'évolution de l'erreur RMS normalisée ainsi que l'évolution de l'indice de similarité structurale SSIM au cours des itérations du processus d'inversion pour les tomographies électrique et sismique.

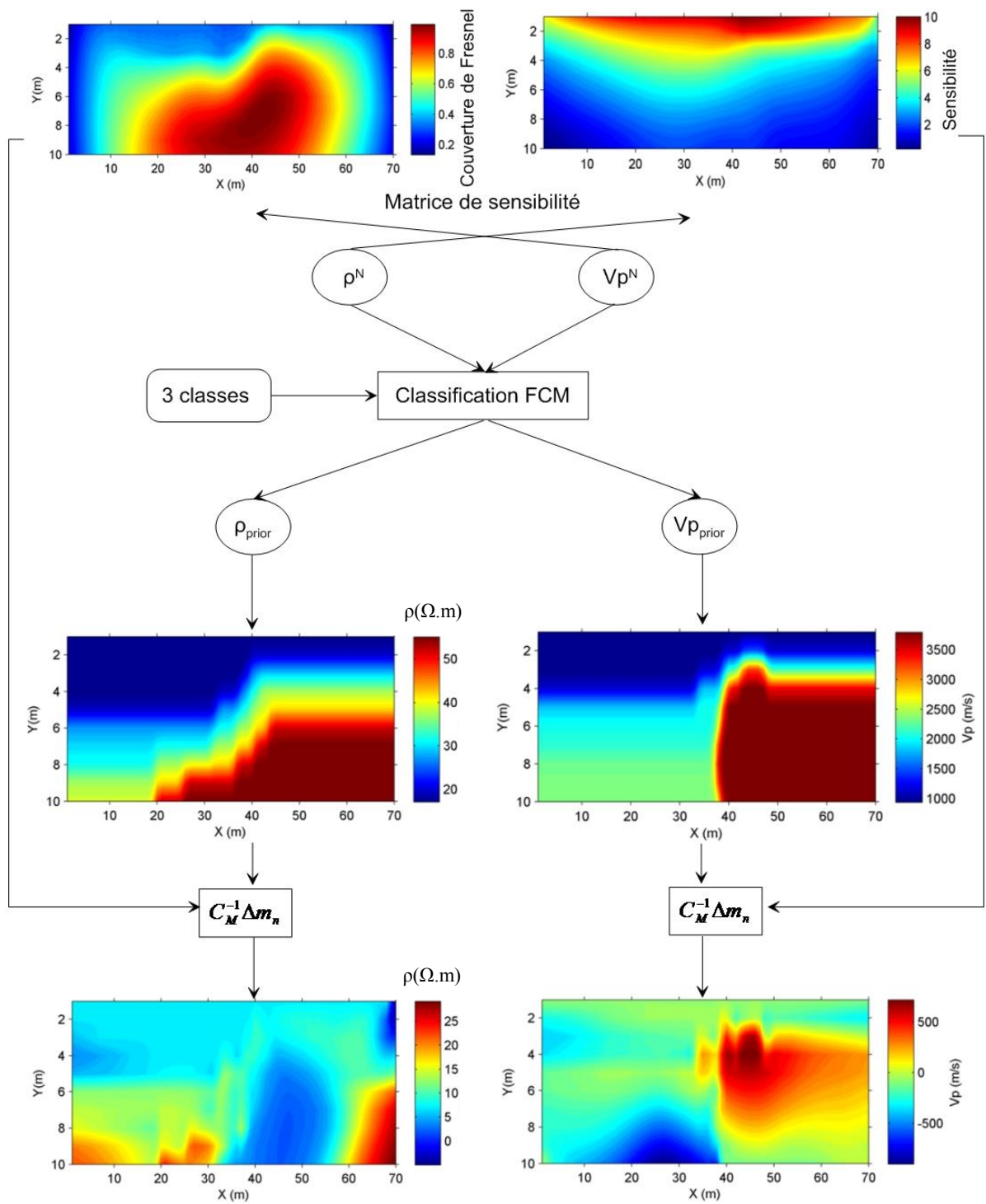


Figure 32 : Illustration schématique à l'itération N , pour le modèle synthétique 2, de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$ avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme a priori.

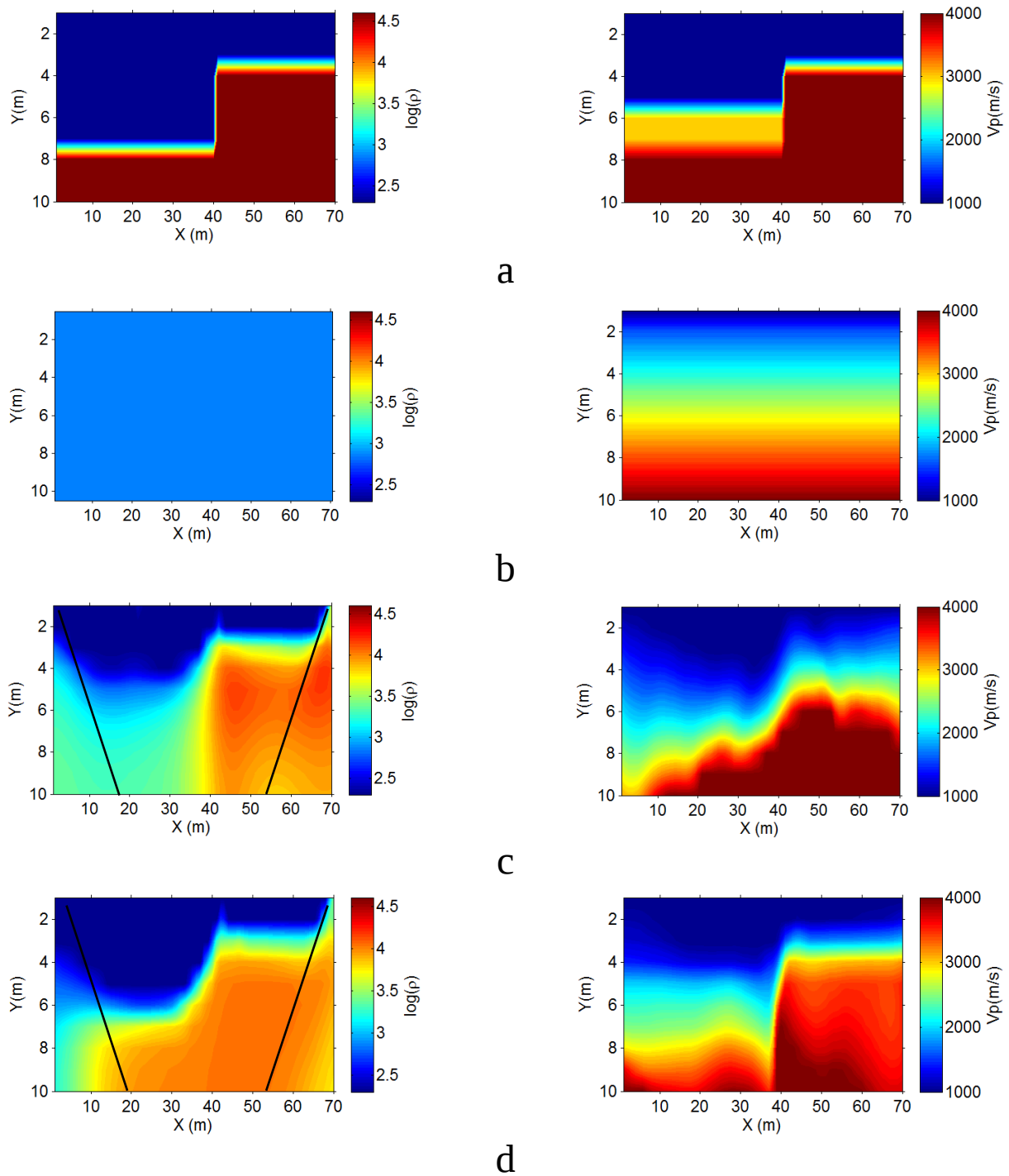


Figure 33 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 2 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles initiaux, (c) modèles obtenus après inversion séparée et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme a priori. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.

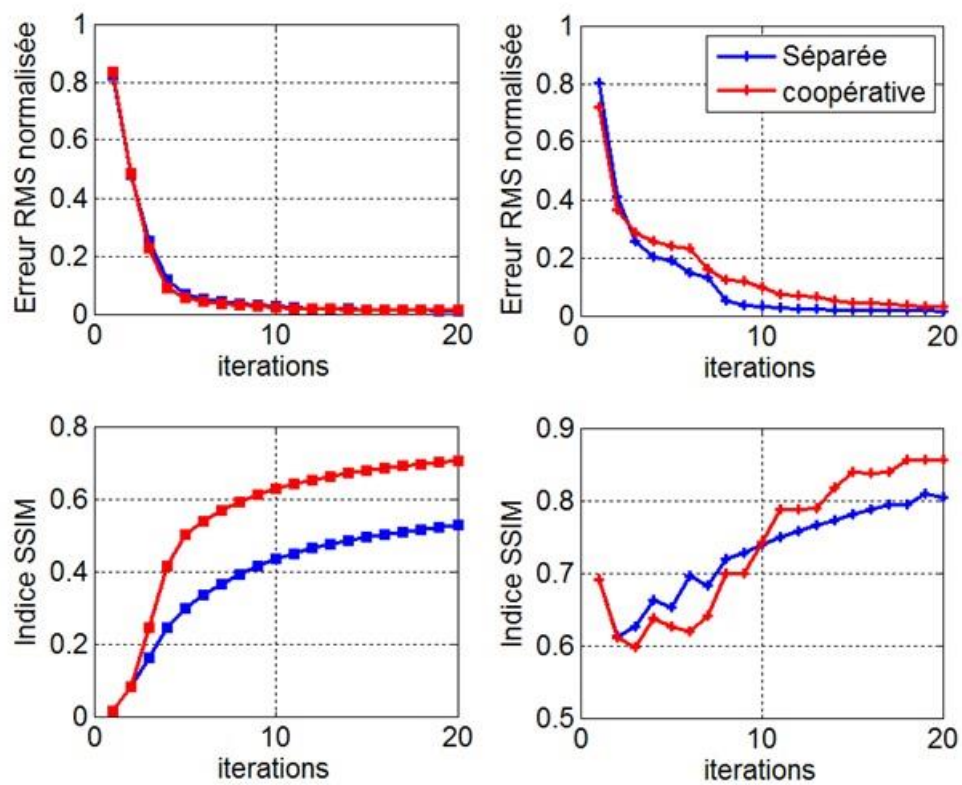


Figure 34 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).

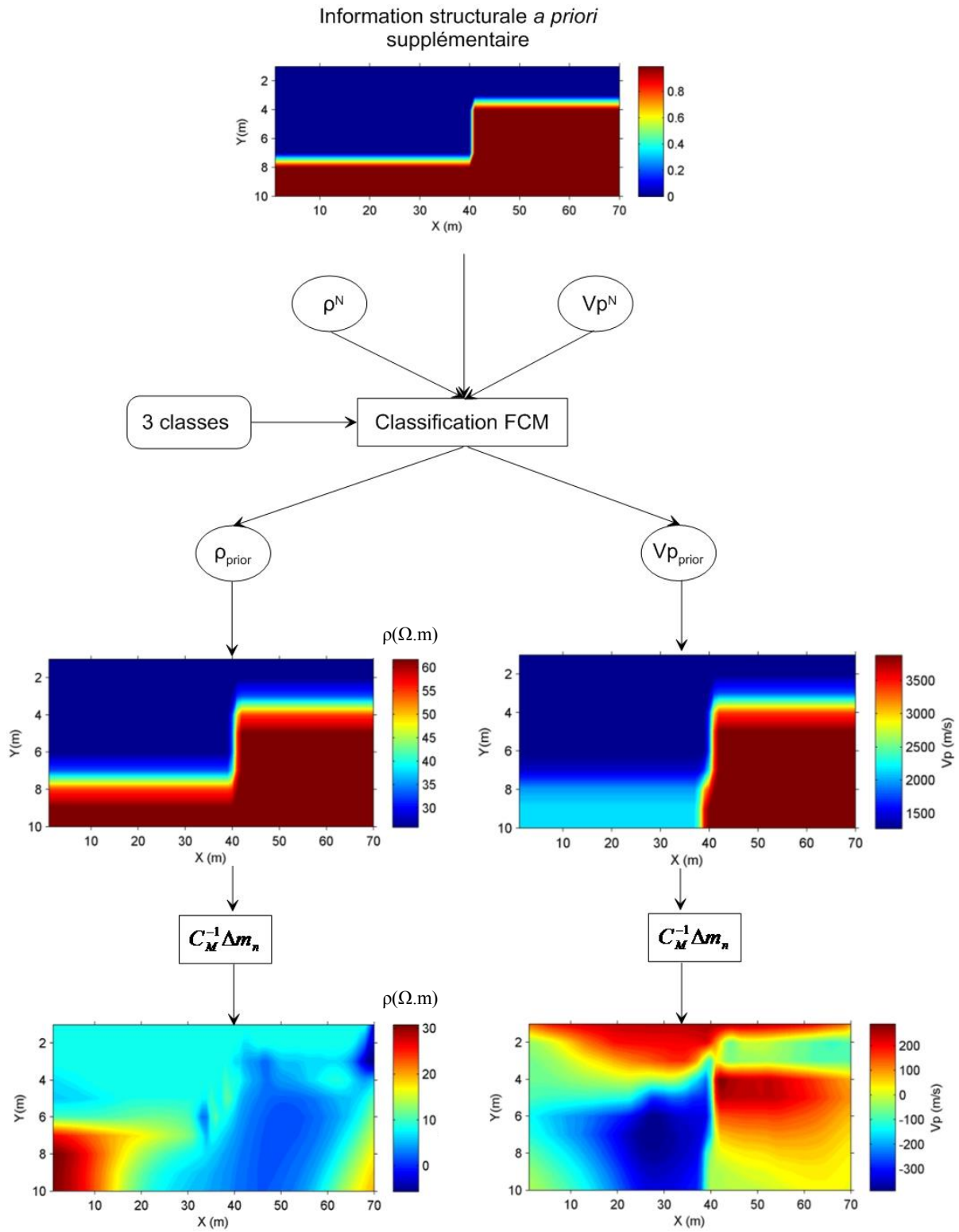


Figure 35 : Illustration schématique à l'itération N , pour le modèle synthétique 2, de la construction du modèle *a priori* de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$. Ici, l'information structurale supplémentaire est prise en compte dans la classification FCM via une matrice d'indicateurs numériques 0 ou 1.

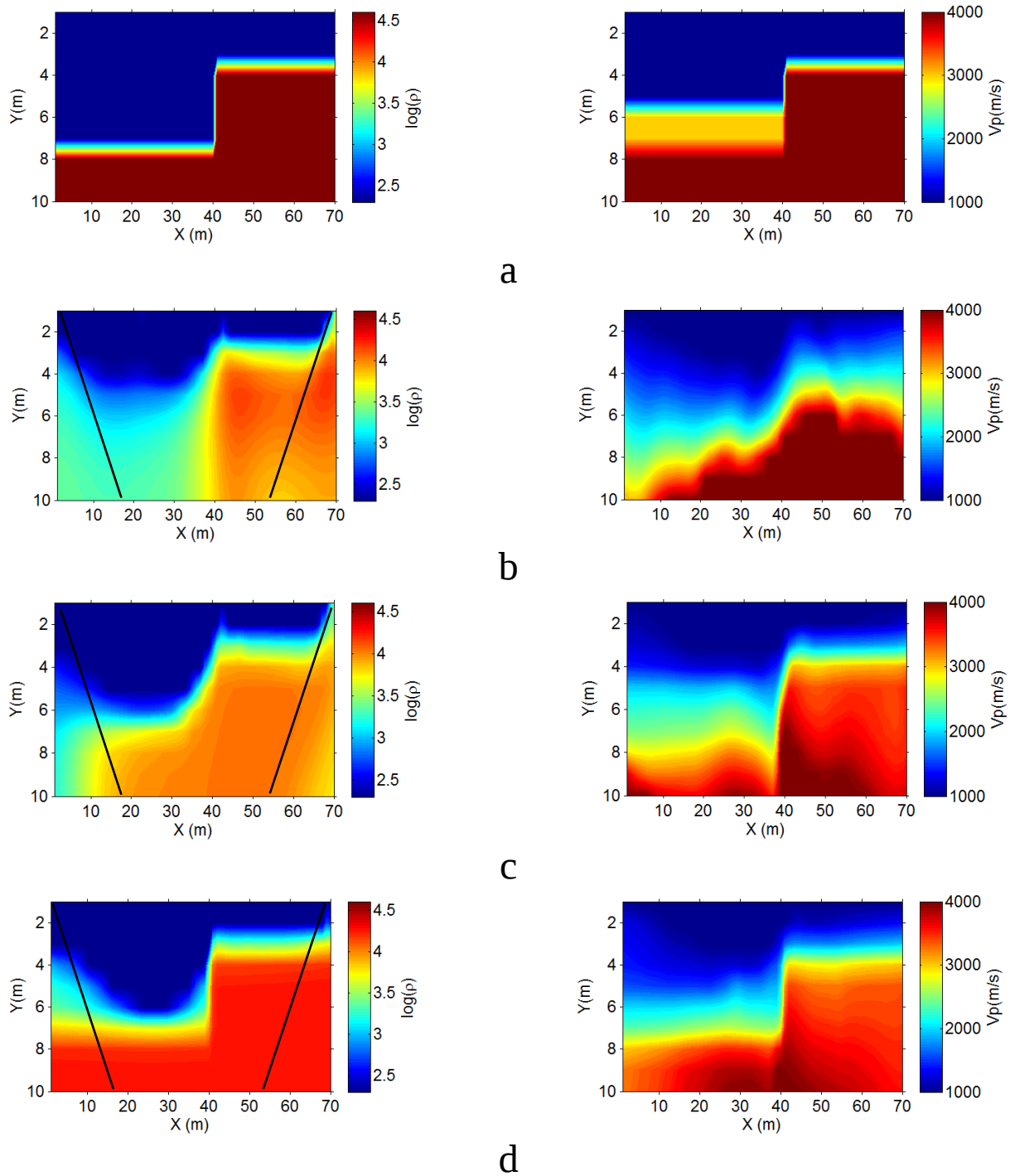


Figure 36 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 2 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles obtenus après inversion séparée, (c) modèles obtenus après inversion coopérative seule et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte de l'information structurale supplémentaire dans la classification FCM. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.

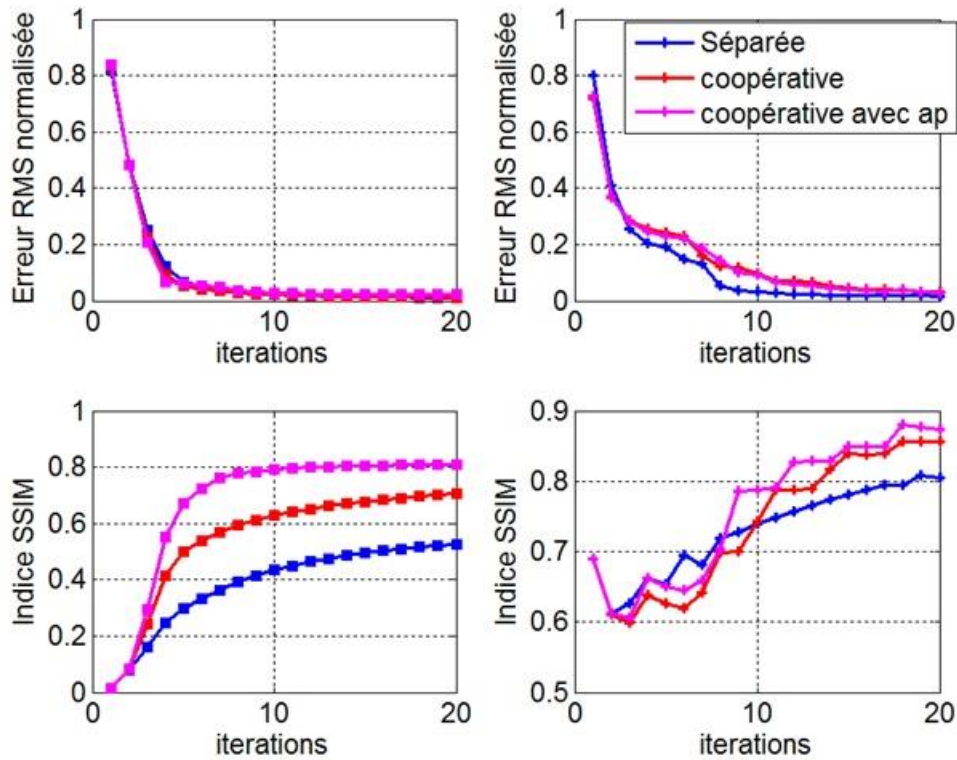


Figure 37 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).

On constate que l'approche d'inversion coopérative avec prise en compte d'une information structurale supplémentaire permet encore d'améliorer les modèles de résistivité et de Vp comparativement à l'inversion séparée et à l'inversion coopérative sans information structurale supplémentaire. Les observations effectuées pour cette dernière sont globalement les mêmes ici. On observe cependant que la couche résistance profonde est encore mieux délimitée entre les abscisses 0 et 40 m sur la tomographie électrique (Figure 36d) et que sa résistivité est mieux évaluée. Le caractère vertical de la marche d'escalier est ici retrouvé par rapport à l'inversion coopérative sans information *a priori* supplémentaire. De la même manière, la structure en marche d'escalier ainsi que celle de la couche intermédiaire de Vp = 3000 m/s sont encore mieux caractérisées sur la tomographie sismique (Figure 36d). Les Vp de ces deux couches restent cependant sous-évaluées. Ceci se traduit par une nette amélioration de l'indice SSIM pour la tomographie électrique, qui augmente de 25% par rapport à une inversion séparée et de 10% par rapport à l'inversion coopérative sans information structurale supplémentaire, alors que l'erreur RMS reste similaire. Pour la tomographie sismique, l'indice SSIM augmente de quelques pourcents par rapport à l'inversion coopérative sans information structurale supplémentaire (Figure 37). La figure 35 illustre la bonne prise en compte de l'information structurale supplémentaire dans la

construction des modèles *a priori* avec la classification FCM. Notons que le résultat de ce test avec prise en compte d'une information structurale supplémentaire est ici encore de très bonne qualité puisque l'information utilisée décrit parfaitement la structure du substratum géophysique (Figure 35). Dans un cas moins idéal, le résultat dépendra donc évidemment de la qualité et de l'extension de l'information supplémentaire.

Conclusion

Dans ce chapitre, notre approche de l'inversion coopérative par zonation a été présentée en abordant la résolution du problème inverse par une méthode de Gauss-Newton. Les résultats obtenus sur des modèles synthétiques, de structure plus ou moins complexe, montrent que l'algorithme propose des modèles reconstruits plus robustes que l'approche séparée, notamment en termes de structure. En effet, celui-ci a l'avantage de trouver des solutions non biaisées vers un mauvais *a priori* (comme c'est le cas de l'approche de Paasche and Tronicke, 2007), en utilisant un paramètre de régularisation sur le terme *a priori* dans la solution des moindres carrés associée au problème de minimisation de la fonction coût. L'approche proposée permet donc une plus grande flexibilité pour le choix du nombre de classes dans la construction des modèles *a priori* par classification FCM. Ce choix peut être orienté par des mesures de validité de la classification pour différents nombres de classes. Ainsi, une différence de structure entre les modèles des deux paramètres n'induit pas de biais dans la reconstruction tomographique. Evidemment, lorsque les modèles n'ont aucune structure en commun, cette approche ne permettra pas d'améliorer la solution. L'approche proposée permet également la prise en compte d'une ou plusieurs informations structurales *a priori* supplémentaires.

Chapitre 4 : Application sur des données réelles

Ce chapitre traite de l'application de la technique d'inversion conjointe développée dans le cadre de cette thèse sur des données réelles. Ces dernières ont été acquises par le BRGM lors d'un projet de recherche en partenariat avec l'Agence nationale pour la gestion des déchets radioactifs (Andra) pour la caractérisation d'un site d'intérêt. Dans ce qui suit, nous allons présenter tout d'abord la problématique posée, la description du site d'étude, de l'acquisition et du traitement des données électriques et sismiques. Ensuite, une revue des mesures diagraphiques réalisées dans le forage présent sur le site sera effectuée. Enfin, les résultats obtenus à l'aide des approches d'inversion séparée et coopérative seront comparés et validés à l'aide des mesures diagraphiques.

4.1 Contexte général

Dans le cadre de la caractérisation d'un site d'intérêt de l'Andra, une campagne de reconnaissance et de caractérisation du milieu géologique a eu lieu sur la communauté de communes de Soulaines (Aube) entre 2013 et 2015 (surface couverte de 50 km² environ). Les formations géologiques ont été reconnues sur 60 m d'épaisseur par méthodes géophysiques légères (sismique réflexion, tomographie de résistivité électrique et profilage électromagnétique basse fréquence avec un appareil EM34) et sur 100 m environ par forages carottés. Les roches cibles sont les argiles tégulines de l'Albien moyen et inférieur et les argiles à plicatules de l'Aptien inférieur.

Les objectifs de cette campagne étaient de :

- préciser la profondeur et le volume des formations hôtes potentielles et de leurs encaissants à l'échelle du secteur d'étude,
- rechercher d'éventuelles variabilités d'origine sédimentaire, notamment au sein de la formation du Gault (lentilles sableuses),
- déterminer pour les formations hôtes potentielles, la minéralogie et les propriétés pétrophysiques et d'en évaluer la variabilité spatiale avec la perméabilité et les propriétés de confinement, de transfert et de rétention,
- caractériser les propriétés géotechniques des formations argileuses y compris sur échantillons remaniés,

- analyser la géochimie de la phase solide et des fluides interstitiels pour s'assurer qu'elle est compatible, sur le long terme avec le choix des déchets pouvant y être stockés,
- déterminer les propriétés hydrodynamiques des deux aquifères, leur gradient hydraulique, leur interaction éventuelle ainsi qu'avec le réseau de surface.

Les résultats de cette première phase d'investigation amènent aux constats suivants :

- au sein des formations argileuses, la lithologie apparaît homogène sans variation de faciès évidente,
- aucune hétérogénéité sédimentaire pluri-centimétrique n'a été observée au droit des forages,
- la géométrie et l'extension des formations argileuses sont bien caractérisées par la modélisation géologique 3D,
- une première représentation de l'évolution dans l'espace des propriétés minéralogiques, pétrophysiques et hydro-dispersives de la formation argileuse a été établie,
- une bonne connaissance de l'organisation et des caractéristiques des écoulements hydrogéologiques a été obtenue,
- une approche conceptuelle de l'évolution future du secteur d'étude en fonction des différents scénarios climatiques a été initiée.

Certaines incertitudes existent. D'une part, la compréhension des caractéristiques géologiques et hydrogéologiques des formations superficielles nappant les Argiles tégulines sur les collines, les versants et les vallées du secteur restreint est insuffisante. Une connaissance plus fine et quantifiée sur la géologie de ces formations superficielles et sur les petites nappes phréatiques qu'elles abritent, ainsi qu'on le suppose, fournirait de nouvelles données répondant à des besoins importants pour l'ingénierie du projet, les calculs de sûreté à venir et pour l'évaluation de l'évolution future du site, du point de vue du risque d'érosion. D'autre part, les argiles ont montré certaines variations en termes de propriétés (porosité, vitesses, paramètres mécaniques) dans les 20 premiers mètres. Ces variations sont aujourd'hui mal contraintes en profondeur et latéralement et leur origine est encore incertaine.

Une deuxième campagne de reconnaissance du site a ainsi été programmée en 2016 dans l'objectif principal :

- de déterminer la nature et l'extension des formations superficielles recouvrant les argiles téglines,
- d'identifier la présence de formations aquifères superficielles isolées,
- de vérifier la nature et l'homogénéité de la formation des argiles téglines,
- de consolider la représentation du milieu géologique.

Le projet visait à mettre en œuvre de manière combinée d'autres méthodes géophysiques permettant de reconnaître la tranche 0-100 m et de leur appliquer un traitement innovant capable d'extraire les informations pertinentes de chaque méthode pour l'obtention d'un modèle géologique (géométrie et propriétés) plus robuste et cohérent avec toutes les données.

4.2 Objectifs de l'étude géophysique de 2016

Le projet consiste à tester puis mettre au point une méthodologie de reconnaissance de la géométrie 2D, de la structure, et des variations de propriétés des formations jusqu'à une profondeur d'environ 100 m, par couplage de méthodes géophysiques. La caractérisation vise plus particulièrement :

- la mise en évidence des formations sus-jacentes aux argiles téglines,
- la caractérisation (épaisseur, variations latérales de propriétés) de la zone altérée au toit des argiles téglines,
- l'homogénéité des propriétés au sein des argiles téglines,
- la transition entre les argiles téglines et les sables verts sous-jacents,
- la détection de discontinuité(s) structurale(s) de faible rejet (< 5 m).

Les méthodes géophysiques mises en œuvre en 2016 sont les méthodes sismiques (tomographie réfraction, réflexion) et la tomographie électrique.

L'objectif principal du projet est de tester les apports de l'approche d'inversion coopérative par classification FCM dans le but d'améliorer l'imagerie obtenue par inversion séparée des méthodes géophysiques.

Le travail proposé est un travail de mise au point d'une méthodologie d'investigation et de traitement optimale pour la conception d'une campagne d'investigation géophysique à grande échelle qui visera la caractérisation de toute la zone concernée par le projet de l'Andra.

4.3 Acquisition des données et site d'étude

4.3.1 Equipement

L'acquisition de la tomographie électrique a été réalisée à l'aide d'un résistivimètre Syscal-Pro (Iris Instruments, France) connecté à 12 flûtes de 8 électrodes, soit 96 électrodes métalliques régulièrement espacées de 5 m sur 475 m de long. L'énergie provenait d'une batterie externe.

L'acquisition du profil sismique a été réalisée à l'aide de centrales d'acquisition sismique Stratavisor 48 traces et deux Geode 24 traces (Geometrics, USA) connectées à quatre flûtes de 24 traces, soit 96 traces régulièrement espacées de 5 m. La longueur totale du dispositif est donc de 475 m. La source sismique était de type chute de poids accélérée par azote comprimé (A200P, United Alliance USA). L'espacement entre les points sources était de deux fois l'espacement entre les traces soit 10 m.

4.3.2 Configuration d'acquisition et implantation

L'acquisition a été faite en mode dipôle-dipôle. Le dispositif dipôle-dipôle a été utilisé car il donne une très bonne résolution des terrains de subsurface et des discontinuités verticales. Il est moins sensible aux effets latéraux que le dispositif Wenner-Schlumberger. Par contre, le rapport signal/bruit décroît rapidement avec la profondeur d'investigation.

La durée d'acquisition était de 30 minutes environ. Afin d'optimiser la durée des acquisitions, les dix canaux de mesure ont été utilisés. Le courant injecté varie de 500 à 1200 mA pour la séquence dipôle-dipôle.

La campagne sismique s'est quant à elle articulée sur la réalisation du même profil que la tomographie électrique. Avec un espacement de 10 m entre les points source, l'ordre de couverture du profil était donc de 24. Un temps d'écoute de 1 s a été utilisé avec un pas d'échantillonnage de 0.25 ms.

Sur le site d'étude, un forage carotté (AUB121) a également été réalisé par l'Andra jusqu'à une profondeur de 130 m. Dans ce forage, des diagraphies et *loggings* de résistivité (ILD), de Vp et de gamma ray (GN) ont été réalisées. Les informations relatives à ce sondage sont présentées en annexe 2.

Les implantations du profil investigué et du forage carotté AUB121 sont reportées sur la figure 38, avec une projection Lambert 93 sur fond de carte IGN.

4.3.3 Positionnement des mesures

Le profil géophysique a été positionné (coordonnées X, Y dans le système Lambert 93) avec un GPS Trimble GeoXH 6000 associé à une antenne externe de type Tornado. Ce récepteur permet de capter les satellites GPS ainsi que les satellites GLONASS (en moyenne entre 14 et 20 satellites). Les valeurs obtenues sont corrigées en post-traitement, à l'aide des éphémérides de l'IGN (base fixe de Donjeux, qui est située à environ 30 km du site d'étude). Ce post-traitement permet d'aboutir à une précision en X, Y de l'ordre de 10 cm (dans les conditions optimales d'utilisation).

La précision sur les levés altimétriques (Z) est fonction de la couverture végétale et du relief. Les valeurs de Z qui sont affectées d'une incertitude anormalement élevée et qui paraissent aberrantes (par rapport à la carte IGN au 1/25 000 et par rapport aux observations de terrain) ont été rejetées et ne sont donc pas prises en compte dans la construction du profil topographique. La précision finale sur Z est de l'ordre de quelques dizaines de centimètres en absolu.

4.3.4 Qualité des données

Les conditions de bruit durant le déroulement des opérations sismiques étant globalement bonnes, les enregistrements sont de très bonne qualité dans l'ensemble. L'extrémité Nord du profil étant située à proximité directe de la route RD400, les traces 1 à 24 souffraient d'un niveau de bruit plus élevé. De fait, des plages temporelles de réalisation des tirs ont été mises en place à des horaires de plus faible trafic de manière à obtenir des enregistrements de meilleure qualité. La figure 39 montre un exemple d'enregistrement sismique brut du profil.

Pour la tomographie électrique, la résistance de contact entre deux électrodes concomitantes est très faible et inférieure à 1 k Ω .m car le terrain de surface est composé d'argile. Les données électriques sont donc de bonne qualité.

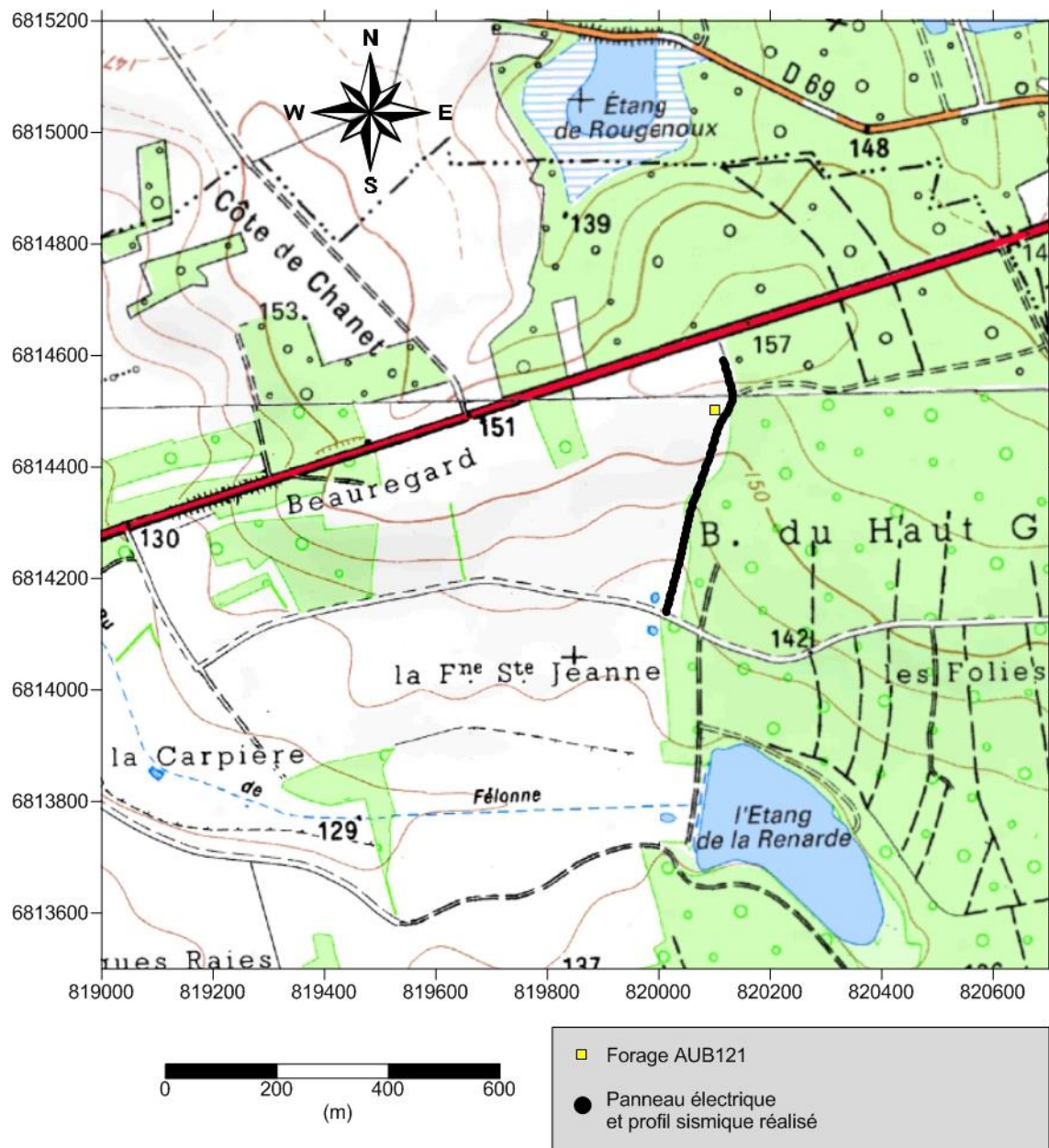


Figure 38 : Implantations du profil investigué par les méthodes électrique et sismique et du forage carotté AUB121 sur le site d'étude, sur fond de carte IGN (projection Lambert 93).

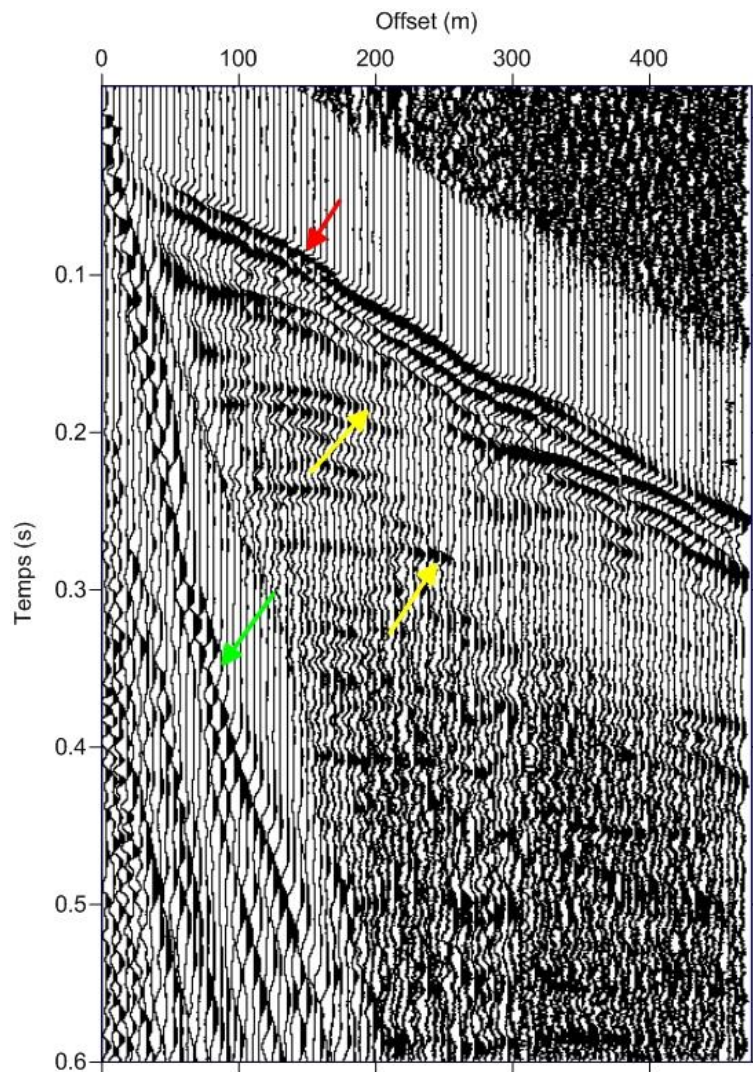


Figure 39 : Exemple d'enregistrement sismique du profil avec application d'un gain de type AGC avec fenêtre glissante de 200 ms. Les flèches indiquent : les premières arrivées de l'onde P (en rouge), les réflexions des ondes P (en jaune), les ondes de surface (en vert).

4.4 Traitement des données

4.4.1 Données électriques

Les données brutes de mesures électriques ont été filtrées avec le protocole suivant :

- Tension de mesure $V > 0.3 \text{ mV}$
- Erreur de répétabilité $Q < 5\%$

Ce type de filtrage est cohérent avec les caractéristiques instrumentales fournies par le constructeur, et sont conformes aux recommandations de l'AGAP Qualité.

Après filtrage des données de résistivité apparente sur la base des critères de l'AGAP Qualité et d'un courant émis suffisant ($I > 100$ mA), celles-ci sont ensuite traitées avec le logiciel X2IPI (Bobachev Alexey, Moscow University) pour corriger les artéfacts dus aux à-coups de prise. Ces données de résistivité apparente seront utilisées pour l'inversion (Figure 40a).

4.4.2 Données sismiques

4.4.2.1 Temps de première arrivée

Les temps de première arrivée ont été pointés à l'aide du logiciel Rayfract (RAYFRACT® Seismic Refraction & Borehole Tomography - Subsurface Seismic Velocity Models for Geotechnical Engineering and Exploration, Intelligent Ressources Inc. Software).

Ces temps d'arrivée, mesurés aux différents géophones et pour chaque enregistrement sismique sont reportés sur une carte des temps de première arrivée (Figure 40b).

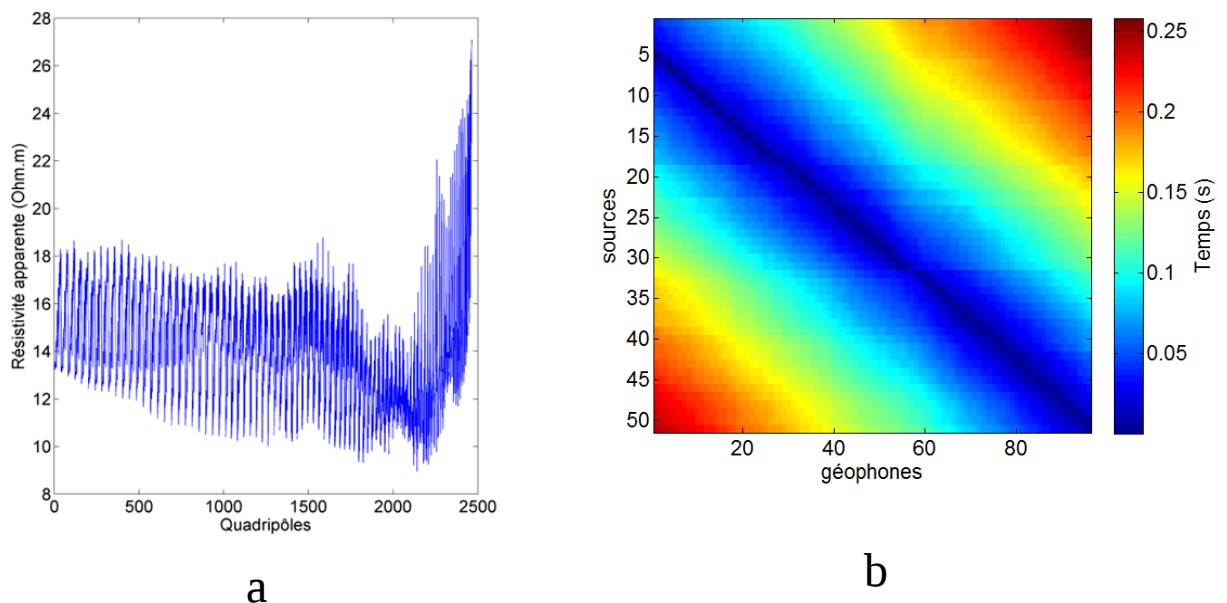


Figure 40 : (a) résistivités apparentes filtrées et (b) temps de première arrivée sismique pour le processus d'inversion.

4.4.2.2 Sismique réflexion

La figure 39 montre que des réflexions des ondes sont visibles sur les enregistrements sismiques du profil. Un traitement sismique réflexion a donc été réalisé sur ces données. Le but du traitement sismique réflexion est de convertir les données brutes enregistrées sur le terrain en sections sismiques montrant l'agencement des réflecteurs le long des profils. Ces

réflecteurs donnent une image des couches du sous-sol et de leur structure. Le traitement des mesures est fait au moyen de séquences de programmes élaborés visant à faire ressortir les informations utiles (élimination des bruits parasites, amélioration du pouvoir de résolution).

La séquence de traitement varie d'une étude à l'autre selon la profondeur de l'objectif, la nature des terrains et les paramètres d'enregistrement. Les séquences des traitements appliqués sur les données sont optimisées en fonction de la source utilisée, du dispositif d'acquisition, du contexte géologique et des objectifs recherchés.

Pour les différents traitements, nous avons utilisé les programmes de SeismicUnix (SU).

La séquence de traitement ci-après résume les étapes de traitement appliquées sachant que de nombreux essais sont nécessaires pour chaque phase de traitement :

- Contrôle de la géométrie
- Analyse de la qualité des données
- Correction statique du t^0 et correction topographique
- AGC avec fenêtre glissante de 200 ms
- Déconvolution spike avec maxlag = 0.003 s (Figure 41b)
- Filtre passe-bande (20-30-120-160 Hz) (Figure 41b)
- Mute chirurgical (ground-roll, premières arrivées et onde aérienne) (Figure 41c)
- Mise en collection points milieux communs (CMP ou CDP)
- Analyse de vitesse
- Correction Normal Move Out (NMO) (Figure 41d)
- Corrections statiques résiduelles en surface consistante
- Sommation points milieux communs (Stack) (Figure 42)
- Déconvolution spatiale FX
- Migration temps de Stolt
- Conversion temps-profondeur

L'analyse de vitesse se réalise en plusieurs étapes avec de nombreux essais. Nous déterminons les vitesses NMO à partir des données de sismique réflexion par la courbure indicatrice des principaux réflecteurs, par "semblance" et par stack à vitesse constante (*Constant Velocity Stack ou CVS*). Les réflecteurs s'horizontalisent pour les différents CMP pour certaines vitesses et à des temps donnés. Les vitesses utilisées pour cela sont les vitesses de NMO.

Pour l'interprétation des résultats, compte tenu de la gamme de profondeur des formations cibles, l'analyse des sections stack sera concentrée sur l'échelle de temps de 0 à 0.2 s qui correspond globalement aux 200 premiers mètres du sous-sol. La gamme de fréquences utiles sur les sections finales s'étale de 40 à 140 Hz (Figure 42). Pour cette campagne, en considérant une vitesse moyenne des terrains de 1700 m/s, la résolution verticale (capacité à séparer verticalement deux horizons distincts) est donc comprise entre 3 et 10 m. La qualité de la section sismique obtenue est très satisfaisante (Figure 43). Sur cette dernière figure, l'interprétation lithologique des différents horizons identifiables en sismique réflexion HR, y est également proposée en regard des données du forage AUB121 (Annexe 2). Notons que pour la suite du rapport, les acronymes suivants correspondent aux formations géologiques indiquées ci-dessous :

- TSV : Toit des sables verts,
- MSV : Mur des sables verts,
- MAP : Mur des argiles à plicatules,
- TAO : Toit des argiles ostréennes,
- TCS : Toit des calcaires à spatangues.

Dans la partie Nord de la coupe sismique réflexion, entre les abscisses 0 et 220 m, on observe une série de réflecteurs horizontaux bien marqués et très continus. Le report des formations géologiques observées dans le forage AUB121 sur la coupe sismique réflexion du profil permet d'observer la bonne cohérence de ces réflecteurs avec les cinq horizons géologiques cités précédemment. Entre les abscisses 200 et 300 m, les horizons interprétés sont interceptés par des réflecteurs de forme hyperbolique dont l'apex est situé à l'abscisse 275 m, jusqu'à l'horizon TAO. Ceci permet de mettre en évidence une anomalie sédimentaire très localisée à la base des argiles téglines. Il est alors possible d'émettre deux hypothèses quant à l'origine de ce type de signature, associée à une hétérogénéité sédimentaire. Dans un premier temps, cette structure peut être interprétée comme une possible topographie du toit et de la base des sables verts (respectivement TSV et MSV), formant ainsi un dôme. La seconde interprétation possible est la réflexion des ondes sur un objet fini de propriétés mécaniques plus fortes en profondeur, au sein de la couche des argiles téglines.

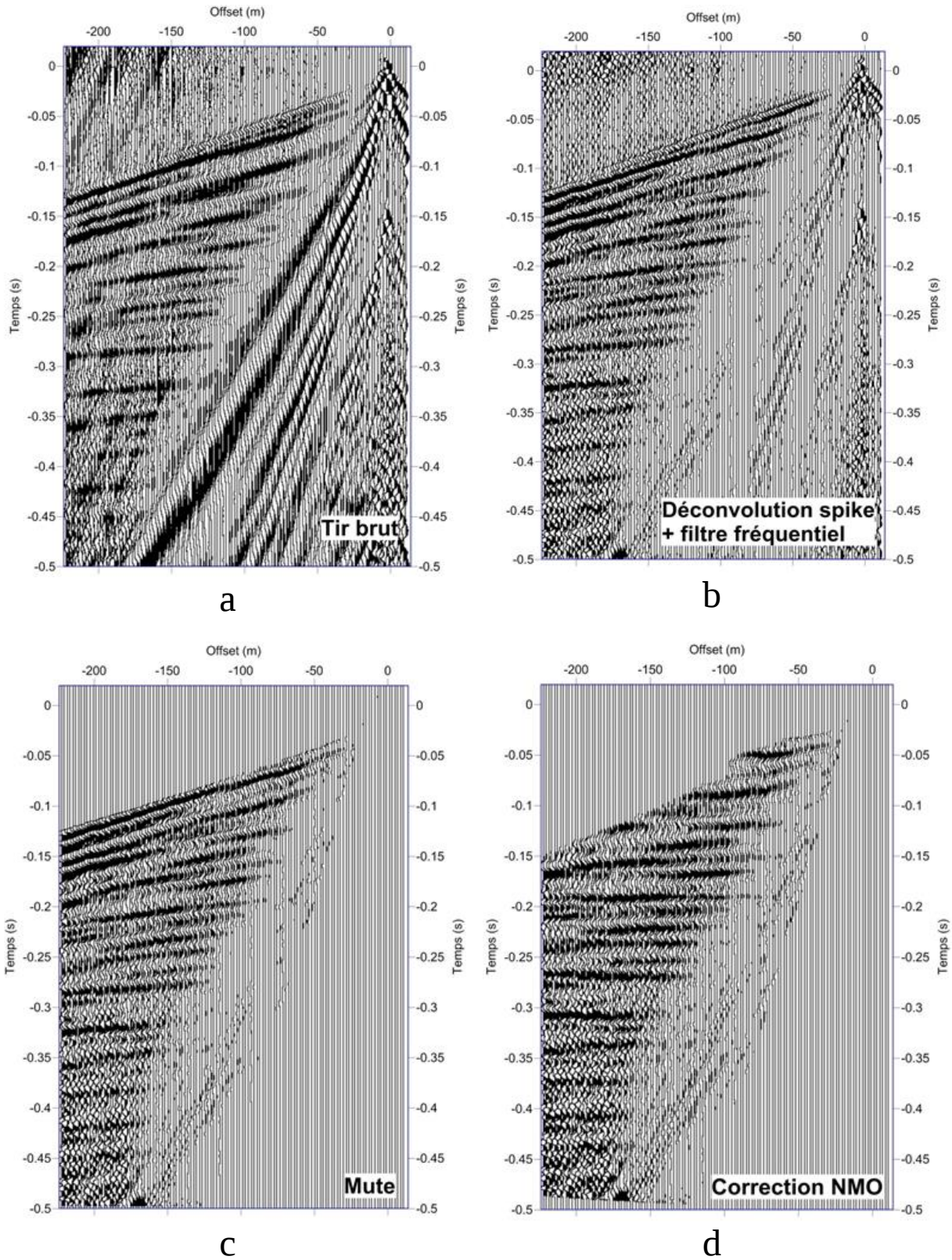


Figure 41 : Etapes du traitement sismique réflexion sur les données du profil sismique. (a) enregistrement brut, (b) application d'une déconvolution spike et d'un filtre fréquentiel, (c) application d'un mute et (d) application de la correction NMO.

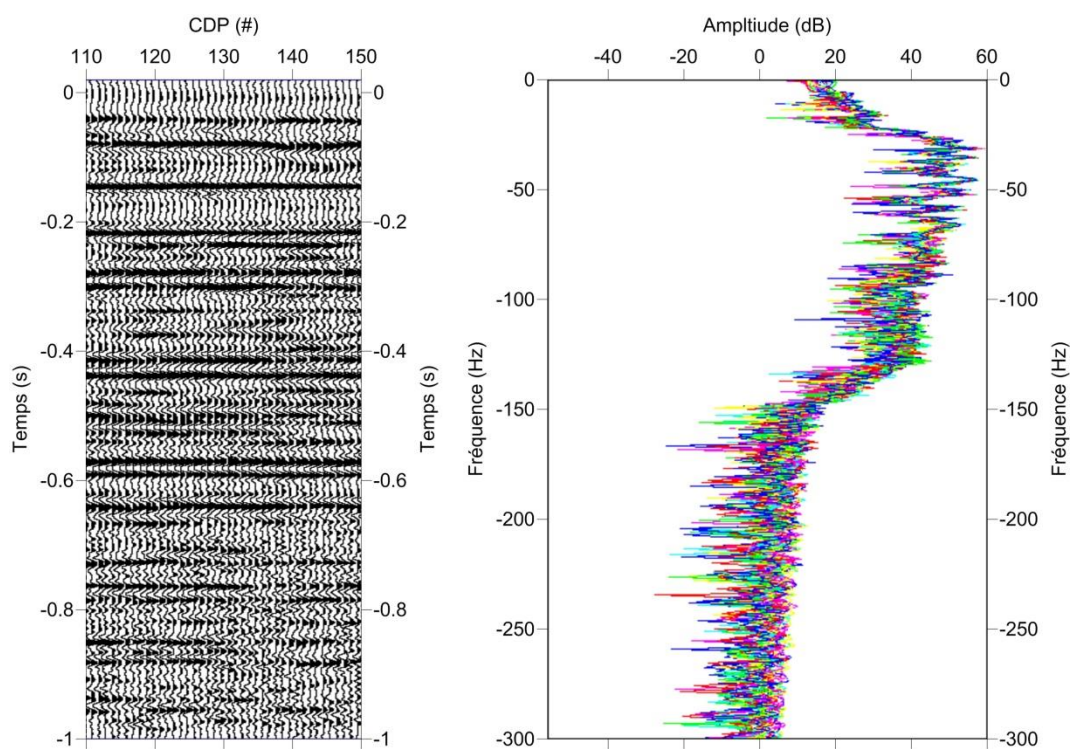


Figure 42 : Portion de section stack du profil (gauche) et spectres d'amplitude associés pour chaque trace (droite).

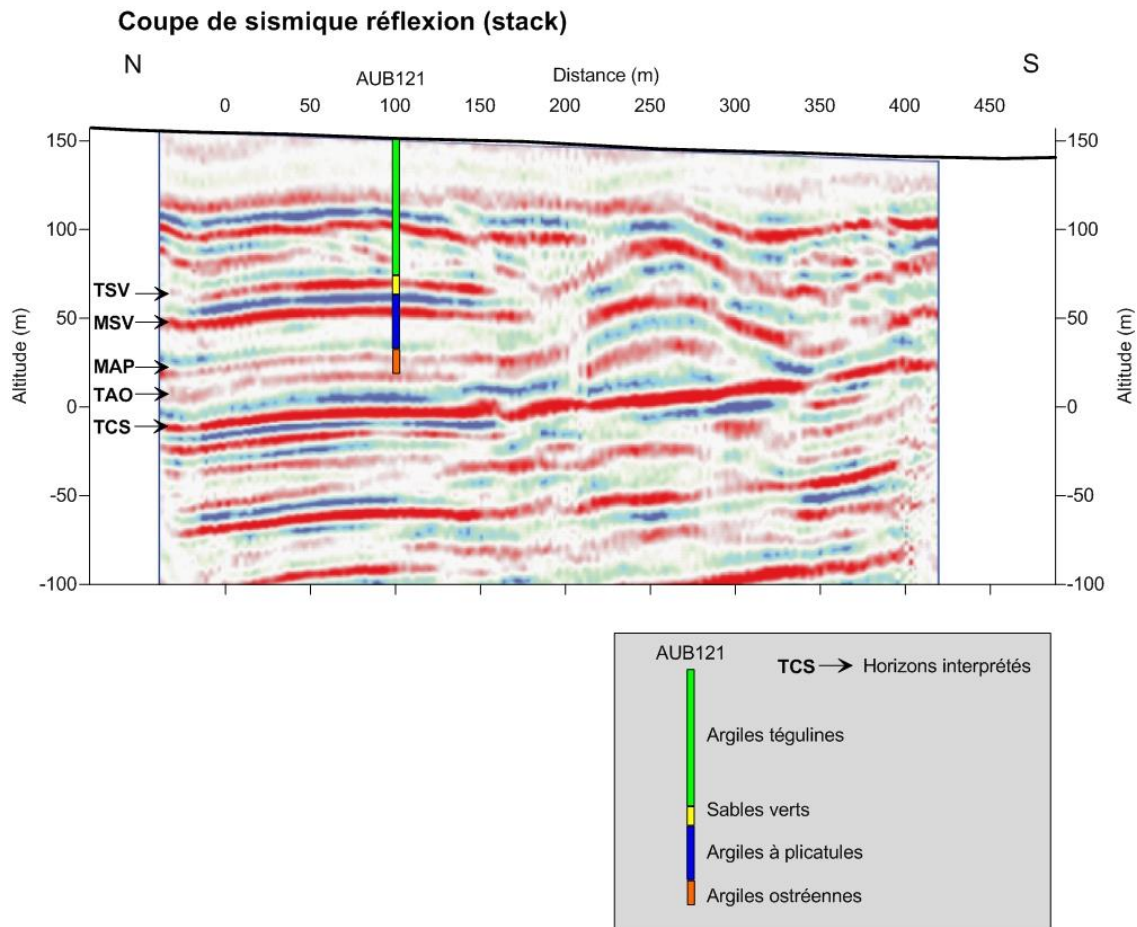


Figure 43 : Coupe de sismique réflexion obtenue.

4.5 Information structurale supplémentaire

De manière à pouvoir utiliser l'information structurale apportée par la coupe sismique réflexion (Figure 43) dans l'approche d'inversion coopérative des temps de première arrivée sismique et des résistivités apparentes, les principaux réflecteurs issus de l'interprétation lithologique de cette coupe ont été numérisés jusqu'au MSV. Deux modèles structuraux ont ensuite été réalisés en associant un indice numérique (1 à 6) à chaque couche du modèle sismique interprété (Figure 44). Ce sont ces matrices d'indices numériques qui seront utilisées comme information structurale supplémentaire dans l'approche d'inversion coopérative.

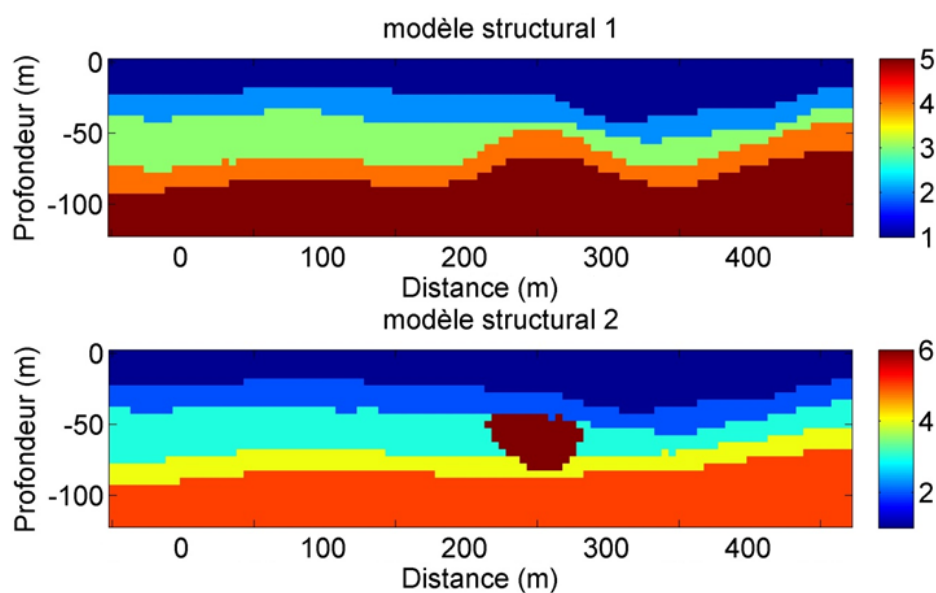


Figure 44 : Modèles structuraux issus de l'interprétation de la coupe sismique réflexion. Les deux hypothèses d'interprétation possible pour l'hétérogénéité sédimentaire observée sont respectivement présentées en haut et en bas. Les indices numériques 1 à 6 correspondent aux différentes unités géologiques identifiées sur les coupes sismiques réflexion HR à partir des informations du forage AUB121. Ces modèles sont discrétisés avec une maille carrée de 5 m x 5 m.

4.6 Inversion

La taille du modèle considéré pour l'inversion est de 525 m en longueur et de 120 m en profondeur. La discrétisation du modèle avec une maille carrée de 5 m donne une grille de taille (105×25) , soit 2625 mailles. Cette maille carrée de 5 m a été choisie pour garantir un temps d'exécution raisonnable de l'inversion, tout en gardant une résolution latérale acceptable. Cependant, dans l'optique d'une réécriture optimisée du code d'inversion, le temps d'exécution amélioré permettra la définition de mailles de calcul plus fines pour garantir une résolution encore meilleure.

Le modèle initial utilisé pour l'inversion électrique est un modèle homogène dont la valeur de résistivité est égale à la moyenne des résistivités apparentes observées. Pour l'inversion sismique, le modèle initial utilisé est un gradient de V_p de 1000 à 3000 m/s depuis la surface vers la profondeur.

Comme cela a été mentionné dans la présentation de l'algorithme, le nombre de classes doit être spécifié avant l'inversion. Nous avons choisi dans ce cas de fixer le nombre de classes au nombre de couches interprétées sur la coupe sismique réflexion du profil, traduites dans les matrices d'information structurale supplémentaire, soit $M = 5$ pour le modèle structural 1 et $M = 6$ pour le modèle structural 2.

De même, la méthodologie décrite précédemment pour le choix du paramètre de régularisation permet de déterminer un paramètre optimal de régularisation $\beta = 0.01$ pour l'inversion coopérative électrique et $\beta = 0.005$ pour l'inversion coopérative sismique.

Dans ce cas, considérant que l'information structurale supplémentaire est connue en tout point du modèle, on applique une pondération $W = I$ dans le terme *a priori*.

Par ailleurs, le schéma itératif est arrêté au bout de 40 itérations, de manière à garantir une bonne convergence de l'inversion.

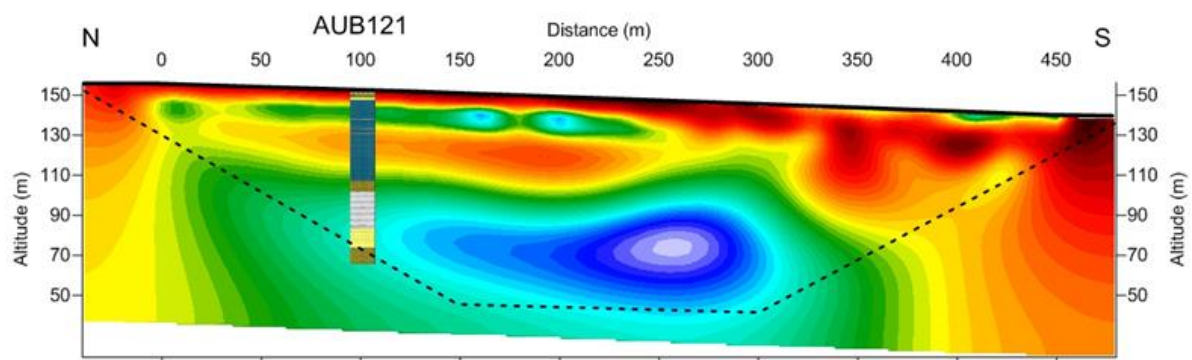
Une fréquence de 80 Hz a été utilisée pour la modélisation sismique.

Les figures 45 et 46 présentent les résultats des approches d'inversion séparée et coopérative, respectivement pour les tomographies électrique et sismique.

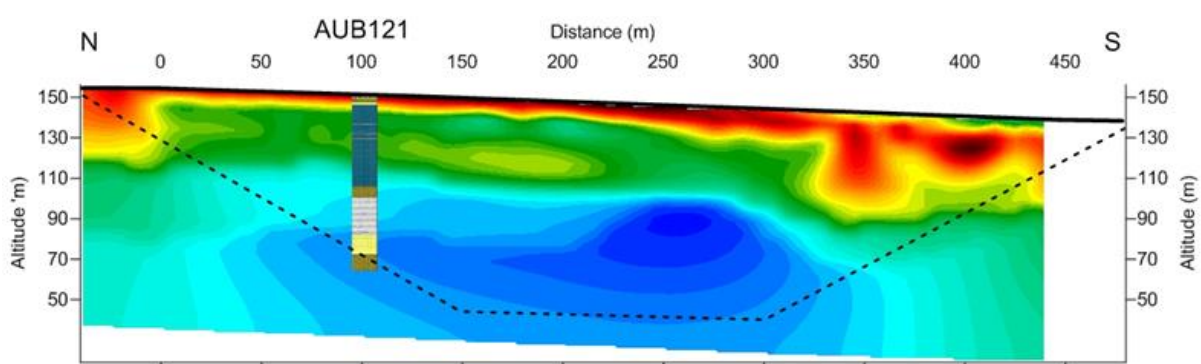
Les figures 47 et 48 montrent l'évolution de l'erreur RMS normalisée associée aux deux processus d'inversion.

Nous choisissons également de discuter des modèles obtenus par les approches d'inversion en comparant, à l'abscisse du forage AUB121, les profils 1D des paramètres résistivité et V_p des

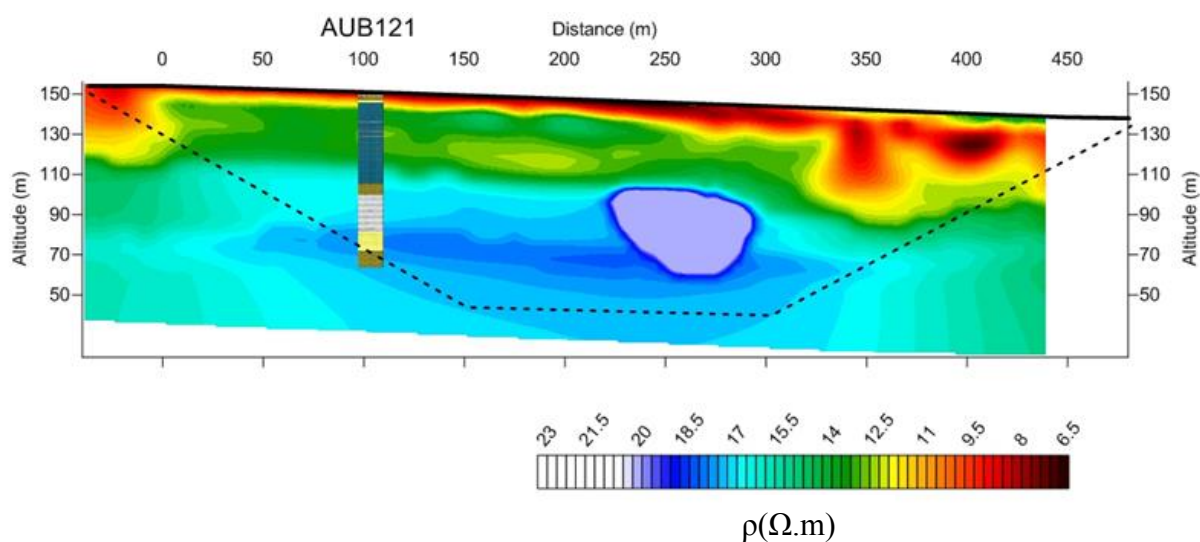
différents modèles obtenus avec les diagraphies et *loggings* de résistivité (ILD) et de V_p (Figure 49).



a



b



c

Figure 45 : Résultats des inversions réalisées sur les données de résistivités apparentes du profil pour l'approche séparée (a), l'approche coopérative avec le modèle structural 1 (b) et le modèle structural 2 (c). Les lignes noires pointillées représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.

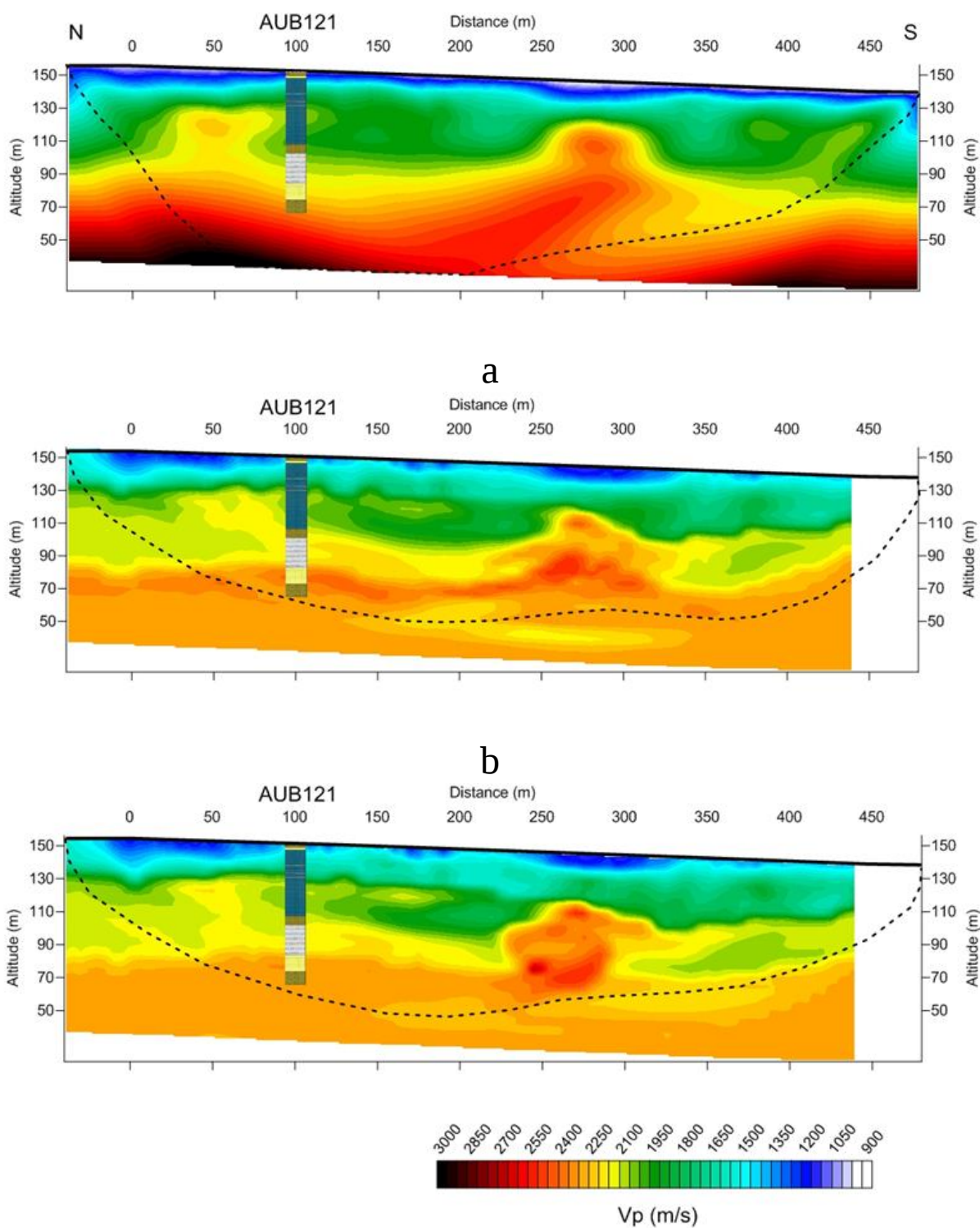


Figure 46 : Résultats des inversions réalisées sur les données de temps de première arrivée du profil pour l'approche séparée (a), l'approche coopérative avec le modèle structural 1 (b) et le modèle structural 2 (c). Les lignes noires pointillées représentent la limite de sensibilité de la tomographie sismique.

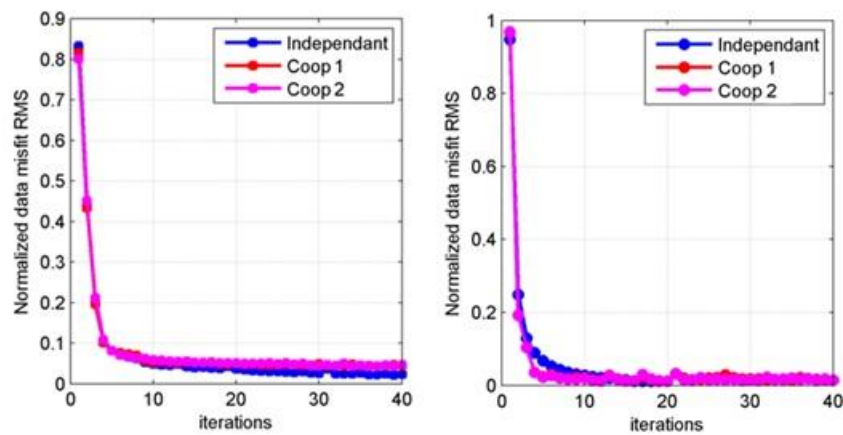


Figure 47 : Erreur RMS normalisée en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite) pour les différentes approches d'inversion. Les inversions coopératives réalisées avec les modèles structuraux 1 et 2 sont respectivement appelées Coop 1 et Coop 2 dans la légende.

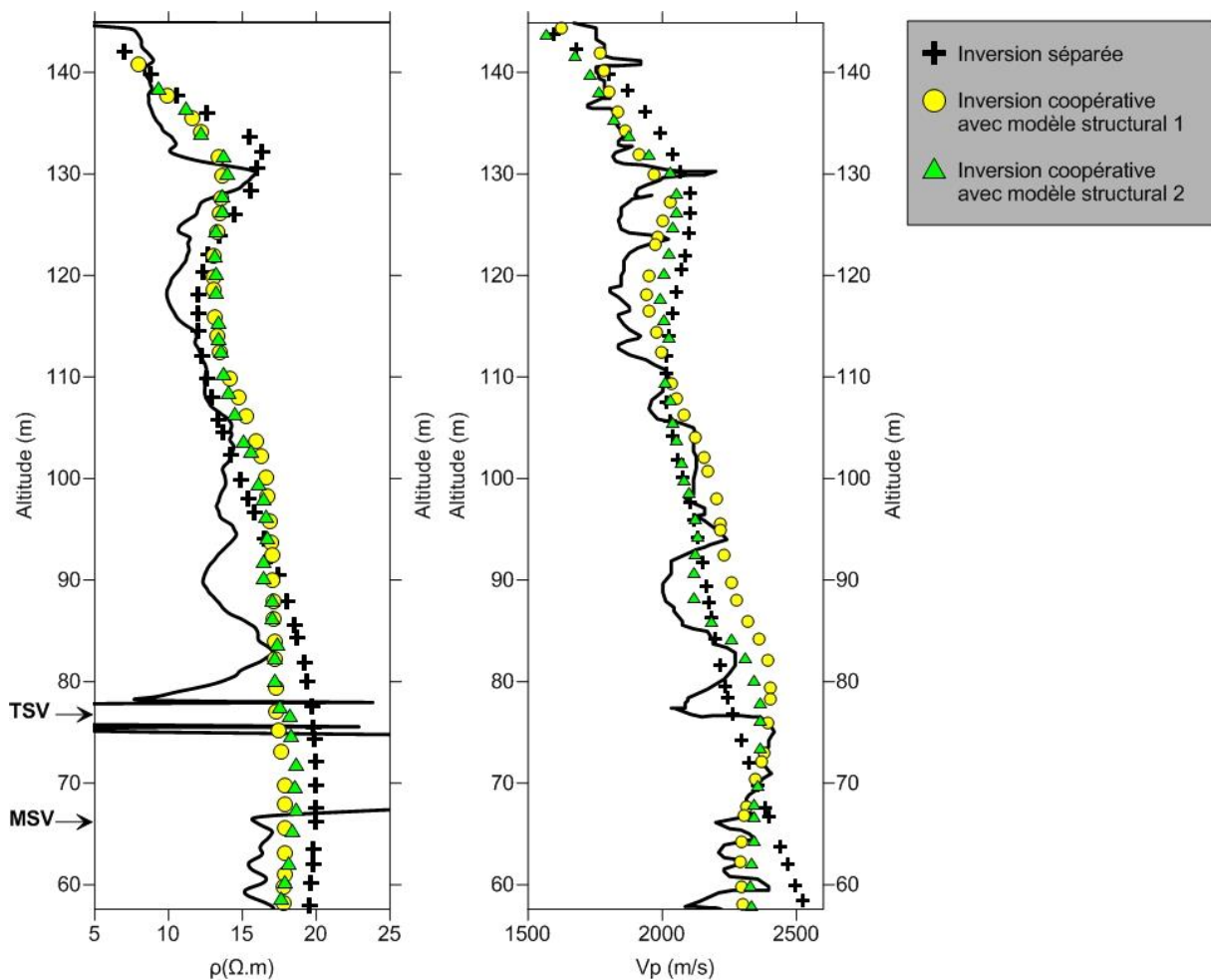


Figure 48 : Comparaison des profils 1D des paramètres résistivité et V_p obtenus à l'abscisse du forage AUB121. Les logs de paramètres du forage apparaissent en lignes noires pleines.

L'application de l'approche d'inversion coopérative sur les données réelles de temps de résistivités apparentes et de temps de première arrivée sismique a permis d'effectuer les observations suivantes :

- Au vu de la similarité de l'évolution de l'erreur RMS normalisée en fonction des itérations pour l'approche coopérative par rapport à une inversion séparée, nous pouvons dire que d'une manière générale, l'application présentée valide le bon comportement tomographique de l'algorithme, en termes de résultats obtenus et de stabilité et permet de proposer des modèles alternatifs aux modèles obtenus par inversion séparée qui expliquent tout aussi bien les données observées (Figure 47).
- Ces modèles alternatifs, grâce à l'utilisation des modèles structuraux interprétés de la sismique réflexion, présentent une meilleure résolution des interfaces et permettent de mettre en évidence de petites variations de paramètres, là où les modèles obtenus par inversion indépendante exhibent des variations très lissées (gradient de vitesse ou de résistivité notamment en profondeur) (Figures 45 et 46). Ceci est particulièrement visible sur les profils 1D de V_p (Figure 48) qui rendent par exemple compte de la légère inversion de V_p entre les altitudes 85 et 95 m avant le rebond de V_p dû aux sables verts (TSV) alors que le profil de V_p issu de l'inversion indépendante ne montre qu'une augmentation monotone de V_p avec la profondeur. Cette inversion de V_p est par ailleurs très bien mise en évidence par l'approche coopérative entre les abscisses 300 et 400 m du profil alors qu'elle n'est pas identifiable sur le modèle obtenu par inversion indépendante (Figure 46).
- Notons par ailleurs que les différentes couches caractérisées par les variations de paramètres sur les tomographies du profil sont très bien corrélées avec les limites lithologiques observées dans le forage AUB121.
- On constate que de manière générale, l'horizon des sables verts (TSV-MSV) est bien mieux caractérisé entre les altitudes 70 et 85 m environ par la légère augmentation de résistivité et de V_p alors que les évolutions des deux paramètres dans cette zone pour les modèles obtenus par inversion séparée sont beaucoup plus lisses et de plus grande longueur d'onde (Figures 45, 46 et 48). Notons cependant que les valeurs réelles de résistivité des sables verts ne sont atteintes ni par l'inversion indépendante, ni par l'inversion coopérative. Ceci peut s'expliquer par le fait que cet horizon se situe à proximité de la limite d'investigation du dispositif d'acquisition électrique en

profondeur. L'utilisation d'un dispositif électrique avec une plus grande profondeur d'investigation permettrait probablement de caractériser encore mieux cet horizon.

- Globalement, l'approche d'inversion coopérative semble plus pertinente car les valeurs des paramètres reconstruits par inversion coopérative sont plus proches des valeurs réelles observées dans le forage AUB121 (Figure 48).
- L'utilisation des modèles structuraux comme information *a priori* supplémentaire permet cependant d'observer que, malgré des valeurs d'erreur RMS similaires, la reconstruction des paramètres paraît meilleure en utilisant le modèle structural 2 par rapport au modèle structural 1 (Figures 45, 46 et 48), et ceci pour les deux paramètres résistivité et V_p . La couche des sables verts (TSV) est notamment mieux mise en évidence par une augmentation plus prononcée de la résistivité. Sans être tout à fait déterminant, ceci permet de donner un indice de confiance supérieur à l'interprétation structurale 2 visant à conforter la caractérisation de l'hétérogénéité sédimentaire située à l'abscisse 275 m du profil comme un corps de dimension fini de plus forte résistivité et de plus forte V_p au sein de la couche des argiles téglines, plutôt qu'une topographie en forme de dôme de la couche des sables verts.
- Notons que de petits artefacts d'inversion sont visibles sur les modèles obtenus par inversion coopérative (notamment au niveau des interfaces entre les couches) dans la partie Sud des modèles de V_p du profil (marches d'escalier) (Figures 45 et 46). Ces artefacts sont dûs à la discrétisation à maille carrée : 5 m x 5 m de la maille d'inversion et des modèles structuraux *a priori*. Ces artefacts, tout à fait identifiables et explicables, peuvent être supprimés en utilisant une maille plus fine.
- Outre les artefacts d'inversion mentionnés ci-dessus, l'approche coopérative et l'apport de contraintes dans l'inversion ne fait pas apparaître d'artefacts qui pourraient être confondus avec la variabilité des paramètres. Dans le même esprit, on constate que les variations latérales des paramètres visibles sur les modèles obtenus par inversion séparée sont conservées dans les modèles issus de l'approche coopérative.
- On observe que l'utilisation de l'approche coopérative permet de gommer ou d'atténuer dans certains cas les artefacts de fortes V_p qui sont visibles aux extrémités du profil (abscisses 50 et 440 m) et qui sont dus à la mauvaise rétropropagation des résidus sur les tracés de volumes de Fresnel (trajet des ondes) pour les tirs sismiques en offsets (Figures 45 et 46). Cette correction est rendue possible par l'utilisation des

modèles structuraux *a priori* (ici sur des modèles plutôt tabulaires) qui autorisent moins les évènements verticaux ou sub-verticaux.

- Au vu de ces résultats, l'utilisation d'une approche coopérative pour l'inversion des données de résistivités apparentes, de temps de première arrivée sismique et de sections sismiques réflexion permet l'obtention d'un modèle géologique (structure et propriétés) plus robuste et cohérent avec toutes les données. Les variations de paramètres en profondeur sont définies de manière plus précise (meilleure résolution) avec cette approche. Latéralement, les données traitées avec l'approche coopérative ne permettent pas de donner l'exemple d'une caractérisation d'une hétérogénéité latérale qui n'était pas visible sur les modèles issus de l'inversion indépendante. Elle permet cependant de donner des indices pour lever l'ambiguïté d'interprétation de l'hétérogénéité sédimentaire identifiée sur le profil. L'approche coopérative permet par ailleurs de mieux définir la géométrie et l'extension des couches (latérales et en profondeur). Par exemple, la zone de plus forte V_p à l'altitude 130 m environ est cantonnée entre les abscisses 25 et 75 m sur le modèle issu de l'inversion indépendante, alors qu'elle tend à s'étendre vers le Sud sous forme d'une couche à la même altitude sur le modèle issu de l'approche coopérative. Son extension est alors mieux définie. De la même manière, la couche de sables verts est bien mieux caractérisée par cette approche coopérative (Figures 45 et 46).

Conclusion

Dans ce chapitre, l'approche d'inversion coopérative a été appliquée à des données réelles provenant d'un site d'intérêt dans le cadre d'une collaboration avec l'Andra.

Nous pouvons dire que d'une manière générale, l'application présentée valide le bon comportement tomographique de l'algorithme d'inversion coopérative, en termes de résultats obtenus et de stabilité, et permet de proposer des modèles alternatifs aux modèles obtenus par inversion indépendante qui expliquent tout aussi bien les données observées.

L'approche d'inversion coopérative a donné les résultats qui sont les plus cohérents avec les diagraphies géophysiques du forage AUB121. Elle a permis d'une part, de préciser la géométrie des couches et de donner un indice de confiance supérieur à l'interprétation structurale 2, visant à conforter la caractérisation de l'hétérogénéité sédimentaire située à l'abscisse 275 m du profil comme un corps de dimension fini de plus forte résistivité et de plus forte V_p au sein de la couche des Argiles téglines.

On note également que d'autre part, l'approche a permis de mettre en évidence la couche des sables verts qui n'était pas visible sur les modèles de paramètres issus de l'approche d'inversion séparée.

Discussion

Au cours de cette thèse nous avons développé et présenté une nouvelle approche d'inversion coopérative. Nous avons exploré sur des données synthétiques et un cas réel l'intérêt de l'inversion coopérative des données des tomographies électrique et sismique. Cette synthèse présente une discussion sur les avantages et les inconvénients de cette approche.

L'algorithme est basé sur la construction de modèles *a priori* au cours du processus itératif à l'aide d'une étape de classification des paramètres par une méthode FCM. Les modèles *a priori* obtenus par classification sont ensuite utilisés dans le terme *a priori* de la solution des moindres carrés associée au problème linéarisé localement de minimisation de la fonction coût lors d'une nouvelle itération de l'inversion. Les résultats obtenus dans le cadre des volets numérique et expérimental permettent de tirer les conclusions suivantes sur l'approche :

- D'un point de vue algorithmique, l'implémentation de l'approche ne nécessite pas de grands changements par rapport à l'inversion séparée. Elle bénéficie ainsi de la facilité de mise en œuvre de l'inversion séparée.
- L'ajustement des données est réalisé pour chacune des tomographies de façon indépendante. En effet, comme les inversions des deux paramètres progressent en parallèle, en échangeant de l'information structurale à chaque itération grâce à l'étape de classification, l'ajustement n'est pas global comme dans le cas d'une inversion conjointe simultanée.
- Par l'utilisation des modèles *a priori* obtenus par classification dans le terme *a priori* de la solution des moindres carrés, l'approche permet de trouver des solutions non biaisées vers un mauvais *a priori*, contrairement à celui de Paasche and Tronicke (2007) qui propose une re-paramétrisation de l'inversion à chaque itération (les modèles de paramètres sont remplacés par les modèles *a priori* dans une nouvelle étape de l'inversion). Par ce fait, l'information des modèles *a priori* devient incontournable.
- Le nombre de classes dans l'algorithme de classification n'est pas un paramètre crucial comme dans le cas de l'approche de Paasche and Tronicke (2007). Si la géologie ne se prête pas à une segmentation des modèles, où s'il n'existe aucune similarité dans le champ des paramètres, le choix du paramètre de régularisation par la méthode dérivée des *L-curve* permettra de s'affranchir de la contrainte *a priori*.

- Lorsque les données sont insensibles au modèle *a priori*, cette approche ne permet pas d'améliorer la solution même si l'information *a priori* est pertinente. Par ailleurs, lorsque l'information *a priori* n'est pas pertinente, elle a l'avantage de ne pas détériorer la solution de l'inversion séparée si le paramètre de régularisation est bien choisi.
- Elle permet également la prise en compte de toutes informations supplémentaires pouvant être exprimées par des matrices d'indicateurs numériques.
- La méthode d'analyse par classification FCM pouvant admettre un grand nombre d'entrées, l'approche d'inversion coopérative permet de réaliser l'inversion de jeux de données provenant de deux ou de plusieurs méthodes (> 2).
- De par son implémentation actuelle sous forme de programmes MATLAB®, à ce stade, Elle n'est pas optimisée pour des applications expérimentales, notamment pour des jeux de données de taille importante. Le temps de calcul reste pour le moment important.
- Certaines approches d'inversion coopérative structurale n'utilisent que l'information structurale extraite par un détecteur de forme (contours, etc.). Elle est introduite dans le système d'inversion à l'aide d'une matrice de pondération sur la fonction de rugosité du modèle. D'autres approches sont basées sur l'inversion conjointe par la contrainte du produit vectoriel des gradients égal à zéro. Elles donnent une assez bonne estimation des propriétés physiques des grandes structures. Mais, contrairement à notre approche, elles ne permettent pas de décrire la structure de la zone investiguée. L'approche proposée utilise quant à elle des modèles *a priori* qui sont construits en utilisant l'analyse par classification FCM. Ces modèles, définis par une géométrie et une valeur de paramètre, sont ensuite utilisés dans le terme *a priori* dans une nouvelle itération de l'inversion. En procédant ainsi, on impose une contrainte sur la structure du modèle mais aussi sur la propriété physique.

Conclusion générale et perspectives

L'objectif de cette thèse de doctorat était de développer une approche facile à utiliser pour l'inversion coopérative des données électriques et sismiques. Ces techniques d'imagerie géophysique trouvent, dans plusieurs domaines des sciences de la Terre et du génie civil, des applications spécifiques intéressantes. L'inversion coopérative permet d'améliorer les résultats de l'inversion séparée en exploitant la complémentarité des résolutions et le lien structural qui existe entre les deux tomographies. Dans ce cadre, une nouvelle approche d'inversion coopérative basée sur une classification des modèles de paramètre par la méthode FCM a été développée.

L'algorithme utilise une inversion coopérative dans laquelle l'information *a priori* est introduite dans le terme *a priori* de la solution des moindres carrés associée au problème linéarisé localement de minimisation de la fonction coût. La structure est introduite dans le système d'inversion à l'aide de modèles *a priori* obtenus par classification. Cette dernière est réalisée à l'aide d'une méthode de classification non hiérarchique FCM qui est appliquée aux modèles obtenus à chaque itération du processus. Les matrices d'appartenance de chaque cellule du modèle à une classe ainsi obtenues sont ensuite considérées comme modèle *a priori* en attribuant les valeurs des centroïdes des classes de chaque paramètre qui sont réestimées à chaque itération. Les résultats obtenus sur les données synthétiques montrent que la solution n'est pas biaisée par un mauvais *a priori*, contrairement à l'approche par zonation proposée par Paasche and Tronicke (2007). Cependant, cet algorithme ne peut être robuste que si les modèles de paramètres présentent des structures majeures communes. Si ce n'est pas le cas, l'introduction d'un paramètre de régularisation sur le terme *a priori* permettra de s'affranchir de l'impact de la contrainte *a priori* pour éviter de biaiser la solution.

Dans le cadre du volet expérimental, nous avons montré l'intérêt et la faisabilité de l'approche développée pour la caractérisation d'un site d'intérêt de l'Andra présentant une alternance sablo-argileuse. Il ressort de l'interprétation que l'approche d'inversion coopérative permet l'obtention de modèles de paramètres (structure et propriétés) plus robustes et cohérents avec toutes les données. Les variations de paramètres en profondeur sont définies de manière plus précise avec cette approche. Elle permet également de donner des indices pour lever l'ambiguïté d'interprétation de l'hétérogénéité sédimentaire identifiée sur le profil. L'approche coopérative permet par ailleurs de mieux définir la géométrie et l'extension des couches (latérales et en profondeur), voire de caractériser une couche qui n'était pas mise en

évidence par l'approche d'inversion séparée. De manière générale, l'approche coopérative reconstruit mieux l'évolution des paramètres en regard des diagraphies géophysiques et ses résultats présentent une très bonne cohérence avec l'information géologique.

Ces travaux ont nécessité l'écriture, en langage MATLAB®, de programmes de modélisation sismique et d'inversion pour l'électrique et la sismique. A ce stade, l'algorithme n'est pas optimisé pour des applications expérimentales, notamment pour des jeux de données de taille importante. Dans l'optique d'une utilisation opérationnelle de ce code, il est prévu dans un futur proche de retranscrire les programmes et fonctions du code en un langage plus approprié et qui permette également la parallélisation (langage C, Fortran 90, etc.).

Les résultats obtenus dans cette thèse sont très satisfaisants. Toutefois, plusieurs travaux futurs sont envisageables.

Tout d'abord, il serait intéressant d'appliquer cette approche à un nombre de types de données supérieur à deux. Bien sûr, on pense dans le cas des tomographies électrique et de vitesse sismique à l'ajout de la gravimétrie ou des ondes sismiques de surface.

L'ajout de contraintes le long des forages et en surface serait un atout supplémentaire pour améliorer la solution. En fait, comme on utilise un algorithme Gauss-Newton, il est possible de fixer ou de restreindre les variations de la propriété physique dans certaines cellules.

De manière à proposer une approche paramétrique à la fois parcimonieuse et physiquement pertinente pour la distribution spatiale des paramètres du sous-sol, il serait aussi intéressant d'intégrer une détermination automatique d'un paramètre de régularisation locale du terme *a priori* à chaque itération. En effet, une question largement débattue des problèmes non-linéaires est celle de changer le paramètre de régularisation pendant l'inversion (Günther, 1975). En règle générale, la procédure de minimisation sous-jacente (avec l'utilisation de contraintes globales) est traitée via un paramètre déterminé par l'utilisateur, qui dépend du nombre de données et de leurs erreurs, de la discrétisation du modèle et de la contrainte appliquée. Tous ces aspects sont déterminés avant l'inversion, ce qui plaide pour une régularisation constante au cours du processus d'inversion. A l'inverse de l'approche globale, l'utilisation d'une régularisation locale conduit à un sous-problème linéaire indépendant dans chaque itération. Pour chacun d'eux un paramètre approprié peut être déterminé, par exemple, selon un critère *L-curve* déterminé automatiquement. En pratique, la valeur du paramètre de régularisation est définie comme le maximum d'une courbure calculée à partir de plusieurs valeurs de la *L-curve* définie pour une gamme de valeurs de ce paramètre. Ce type d'approche permettrait d'accentuer l'affranchissement de l'algorithme vis-à-vis des biais introduits dans

la solution par un mauvais terme *a priori*. De nombreux auteurs utilisent les systèmes de régularisation locale. Marquardt (1963), Loke and Barker (1996b) et Kemna (2000) discutent notamment de l'utilisation d'un paramètre évolutif (croissant ou décroissant) au cours du processus d'inversion.

Tout naturellement, il faudrait étendre l'approche au cas 3-D. De notre avis, cela ne nécessitera pas de grands changements aux algorithmes déjà développés. Il faudra par contre développer de nouveaux programmes pour le problème direct en tomographie électrique, le cas 3-D ayant déjà été traité pour la tomographie sismique (Samyn *et al.*, 2012b).

Finalement, les domaines d'application de l'approche développée ici sont nombreux. Il serait intéressant de voir les résultats qu'elle donnerait pour les différentes applications énumérées au chapitre « champs d'application des méthodes électrique et sismique ». Notamment, cette approche peut s'avérer très efficace pour des problèmes où l'on s'intéresse à la forme des objets et pour lesquels une fine résolution est exigée. Des perspectives plus appliquées pourront mener à l'utilisation de l'approche pour des problématiques de suivi, pour lesquelles on devine facilement l'intérêt d'un terme *a priori* et d'une classification des paramètres soumis à une évolution temporelle.

Bibliographie

Afnimar, A., Koketsu, K., and Nakagawa, K., (2002). *Joint inversion of refraction and gravity data for the three-dimensional topography of a sediment-basement interface*. Geophysical Journal International, Vol. 151, p. 243–254.

Aitken, M.J. (1974). *Physics and archaeology*, 2nd edition. Oxford: Clarendon Press, 286 pp.

Aitken, M.J., Webster, G., and Rees, A. (1958). Magnetic prospecting: *Antiquity* 32, 270-271.

Aki, K., and Lee, W.H.K., (1976). *Determination of 3-dimensional velocity anomalies under a seismic array using 1st-P arrival times from local earthquakes. 1. A homogeneous initial model*, Journal of Geophysical Research, Vol. 81(23), p. 4381–4399.

Aki, K., and Richards, P.G., (1980). *Quantitative seismology*, University Science Books.

Albouy, Y., Andrieux, P., Rakotondrasoa, G., Ritz, M., Descloitres, M., Join, J.-L. and Rasolomanana, E., (2001) *Mapping coastal aquifers by joint inversion of DC and TDEM soundings - Three case histories*, Ground Water, Vol. 39, p. 87-97.

Baina, R., (1998). *Tomographie sismique entre puits : mise en œuvre et rôle de l'analyse a posteriori ; vers une prise en compte de la bande passante*, PhD thesis, Université de Rennes I.

Bezdek, J.C., and Dunn, J.C., (1975). *Optimal fuzzy partitions: A heuristic for estimating the parameters in a mixture of normal distributions*, IEEE Transactions on Computers, p. 835-838.

Bezdec, J.C., (1981). *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*, Plenum Press, New York.

Binley, A.M., Ramirez. A., and Daily. W., (1995). *Regularised Image Reconstruction of Noisy Electrical resistance Tomography Data*, In: *Process Tomography - by Beck, M.S. et al.*,

(Eds.), Proc. Fourth Workshop of the European Concerted Action on Process Tomography, p. 401-410. Bergen. Norway,

Binley, A., and Kemna, A., (2005). *Electrical methods*. In Rubin and Hubbard (éd.), *Hydrogeophysics*, Springer, Netherlands, p. 129-156.

Bosch, M., (1999). *Lithologic tomography : from plural geophysical data to lithology estimation*, Journal of Geophysical Research, Vol. 104, p.749-766.

Bosch, M., and McGaughey, J., (2001). *Joint inversion of gravity and magnetic data under lithologic constraints*, The Leading Edge, Vol. 20, p.877–881.

Boue, M., and Dupuis, P., (1999) *Markov chain approximations for deterministic control problems with affine dynamics and quadratic cost in the control*, SIAM J. Numer. Anal, Vol. 36, p.667–695.

Brenders, A.J., and Pratt, R.G., (2007). *Efficient waveform tomography for lithospheric imaging : implications for realistic, two-dimensional acquisition geometries and low-frequency data*, Geophysical Journal International, Vol. 168(1), p. 152–170.

Carson, H.H. (1962). *A seismic survey at Harpers Ferry*. *Archaeonze*" 5, 119- 122.

Červený, V., and Soares, J.E.P., (1992). *Fresnel volume ray tracing*, Geophysics, Vol. 57(7), p. 902–915.

Červený, V., (2001). *Seismic ray theory*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Chapman, C., (2004). *Fundamentals of seismic wave propagation*, Cambridge University Press.

Chevalier, A., (2014). *Imagerie 2D/3D de la teneur en eau en milieu hétérogène par méthode RMP : biais et incertitudes*. Thèses en préparation à [Grenoble](#) , dans le cadre de Terre, univers, environnement (Grenoble), sous la direction d’Anatoly Legtchenko, en partenariat

avec Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et Environnement (equipe de recherche) .

Chunduru, R.K., Sen, M.K., Stofa, P.L., and Nagendra, R., (1995). *Non-linear inversion of resistivity profiling data for some regular geometrical bodies*, Geophysical Prospecting, Vol. 43, p. 979-1003.

Claerbout, J.F., and Muir, F., (1973). *Robust modeling with erratic data*, Geophysics, Vol. 38, p. 826-844.

Constable, S.C., Parker, R.L., and Constable, C.G., (1987). *Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data*, Geophysics, Vol. 52, p. 289-300.

Coulouma, G., Samyn, K., Grandjean, G., Follain, S., and Lagacherie, P., (2012a). *Combining seismic and electric methods for predicting bedrock depth along a Mediterranean soil toposequence*, Geoderma, Vol. 170, p. 39-47.

Coulouma, G., Lagacherie, P., Samyn, K., and Grandjean, G., (2012b). *Comparisons of dry ERT, diachronic ERT and the spectral analysis of surface waves for estimating bedrock depth in various Mediterranean landscapes*, Geoderma, Vol. 199, p. 128-134.

Dahlin, T., and Zhou, B., (2004). *A numerical comparison of 2D resistivity imaging with 10 electrode arrays*, Geophysical Prospecting, Vol. 52 (5), p. 379-398

Daily, W., and Owen, E., (1991). *Cross-borehole resistivity tomography*, Geophysics, Vol. 56, p. 1228-1235.

Dal-Moro, G., and Pipan, M., (2007). *Joint inversion of surface wave dispersion curves and reflection travel times via multi-objective evolutionary algorithms*, Journal of Applied Geophysics, Vol. 61, p. 56-81.

Day-lewis, F.D., and Lane Jr, J.W., (2004). *Assessing the resolution dependent utility of tomograms for geostatistics*, Geophysical Research Letters, Vol. 31, L07503.

Dikov, N.N. (1983). *The stages and routes of human occupation of the Beringian land bridge based on archaeological data*, 365-388, in P.M. Masters and N.C. Flemming, Eds., *Quaternary coastlines and marine archaeology*: New York: Academic Press.

Dines, K.A., and Lytle, R.J., (1979). *Computerized geophysical tomography*, Proceedings of the IEEE, Vol. 67, p. 1065-1073.

Dines, K.A., and Lytle, R.J., (1981). *Analysis of electrical conductivity imaging*, Geophysics, Vol. 46, p. 1025-1036.

Dolphin, L.T. (1981). *Geophysical methods for archaeological surveys in Israel: Stanford Research International, Menlo Park, Calif.*, December 1981, 7 pp.

Ellis, R.G., and Oldenburg, D.W., (1994). *The pole-pole 3-D DC-resistivity inverse problem: a conjugate-gradient approach*, Geophysical Journal International, Vol. 119, p. 187-194.

Farquharson, C.G., and Oldenburg, D.W., (1998). *Non-linear inversion using general measures of data misfit and model structure*, Geophysical Journal International, Vol. 134, p. 213–227.

Ferahtia, J., Djarfour, N., Baddari, K., Guérin, R., (2009). *Application of signal dependent rank-order mean filter to the removal of noise spikes from 2D electrical resistivity imaging data*, Near Surface Geophysics, Vol. 7 (3), p. 159-169.

Friedel, S., (2003). *Resolution, stability and efficiency of resistivity tomography estimated from a generalized inverse approach*, Geophysical Journal International, Vol. 153, p. 305–316.

Gallardo, L.A., and Meju, M.A., (2003). *Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2d inversion of dc resistivity and seismic data*, Geophysical Research Letters, Vol. 30, p. 244–256.

Gallardo, L.A., and Meju, M.A., (2004). *Joint two-dimensional dc resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints*, Journal of Geophysical Research, Vol. 109, p. 1–11.

Gallardo, L.A., Meju, M.A., and Pérez-Flores, M.A., (2005). *A quadratic programming approach for joint image reconstruction : mathematical and geophysical examples*. Inverse problems, Vol. 21, p. 435–452.

Gallardo, L.A., and Meju, M.A., (2007). *Joint two-dimensional cross-gradient imaging of magnetotelluric and seismic traveltime data for structural and lithological classification*, Geophysical Journal International, Vol. 169(3), p. 1261–1272.

Gance, J., Grandjean, G., Samyn, K., and Malet, J.P., (2012). *Quasi-Newton inversion of seismic first arrivals using source finite bandwidth assumption: Application to subsurface characterization of landslides*, Journal of Applied Geophysics, Vol. 87, p. 94-106.

Gath, I., and Geva, A.B., (1989). *Unsupervised optimal fuzzy clustering*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 7, p. 773-781.

Goltsman, M.F., (1982). *Physical experiment and statistical conclusions*, URSS: St-Petersburg University, (en russe).

Grandjean, G., and Sage, S., (2004). *Jats : a fully portable seismic tomography software based on fresnel wavepaths and a probabilistic reconstruction approach*, Computers and Geosciences, Vol. 30(9/10), p. 925–935.

Guérin, R., (2004). *Contribution à l'hydrogéophysique*, Habilitation à Diriger des Recherches, Université Pierre et Marie Curie-Paris 6 (UPMC).

Günther, T., (1975). *Inversion methods and resolution analysis for the 2D/3D reconstruction of resistivity structures from DC measurements*, DISSERTATION zur Erlangung des akademischen Grades doctor rerum naturalium.

Günther, T., and Rücker, C., (2006a). *A general approach for introducing information into inversion and examples from dc resistivity inversion*, EAGE Near Surface Geophysics, Helsinki, Finland.

Günther, T., Rücker, C., and Spitzer, K., (2006). *3-D modeling and inversion of DC resistivity data incorporating topography - Part II: Inversion*, Geophysical Journal International, Vol. 166, p. 506-517.

Günther, T., and Rücker, C., (2006b). *A new joint inversion approach applied to the combined tomography of dc resistivity and seismic refraction data*, 19th SAGEEP, Seattle, USA..

Haber, E., and Oldenburg, D., (1997). *Joint inversion: a structural approach*, Inverse Problems, Vol. 13, p. 63–77.

Hadamard, J., (1902). *Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique*, Princeton University Bulletin, p. 49-52.

Hansen, P.C., and O’Leary, D.P., (1993). *The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems*, SIAM J. Sci. Comput., Vol. 14, p. 1487–1503.

Hautot, S., Single, R.T., Watson, J., Harrop, N., Jerram, D.A, Tarits, P., Whaler, K., and Dawes, G., (2007). *3-d magnetotelluric inversion and model validation with gravity data for the investigation of flood basalts and associated volcanic rift margins*, Geophysical Journal International, Vol. 170, p. 1418–1430.

Hyndman, D.W., Harris, J.M., and Gorelick, S.M., (1994). *Coupled seismic and tracer test inversion for aquifer property characterization*, Water Resources Research, Vol. 30, p. 1965-1977.

Improta, L., Zollo, A., Herrero, A., Frattini, R., Virieux, J., and Dell’Aversana, P., (2002). *Seismic imaging of complex structures by non linear travelttime inversion of dense wide-angle data : application to a thrust belt*, Geophysical Journal International, Vol. 151(1), p. 264–278.

Kemna, A., Binley, A., Ramirez, A., and Daily, W., (2000). *Complex resistivity tomography for environmental applications*. Chemical Engineering Journal, Vol. 77, p. 11 18.

Kilmer, M.E., and O'Leary, D.P., (2001). *Choosing regularization parameters in iterative methods for ill-posed problems*, SIAM Journal on matrix analysis and applications, Vol. 22, p. 12004–1221.

Kontrimavichus, V.L., Ed. (1984). *Beringia in the Cenozoic era: Amerind Publishing Co., New Delhi*. (A translation from the Russian *Beringia v Kainozoe*, originally published in Moscow in 1976.)

Kozlovskaya, E., (2001). *Theory and application of joint interpretation of multimethod geophysical data*, Ph.D. Departement of Geophysics, University of Oulu, Finland.

Labrecque, D.J., Miletto, M., Daily, W., Ramirez, A., and Owen, E. (1996). *The effects of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data*, Geophysics, Vol. 61, p. 538-548.

Labrecque, D.J., and Ward, S.H., (1990). *Two-dimensional cross-borehole resistivity model fitting*, In S. H. Ward (éd.), *Geotechnical and Environmental Geophysics (III)*, p. 51-74). SEG.

Lecomte, I., (1993). *Finite difference calculation of first traveltimes in anisotropic media*, Geophysical Journal International, Vol. 113, p. 318–342.

Lehmann, B., (2007). *Seismic traveltime tomography for engineering and exploration applications*, EAGE publications.

Lelièvre, P., (2009). *Integrating geological and geophysical data through advanced constrained inversions*, Ph.D. University of British Colombia, British Colombia, Canada.

Le Meur, H., (1994). *Tomographie tridimensionnelle à partir des temps des premières arrivées des ondes P et S*, PhD thesis, Université Paris VII.

Li, Y., and Oldenburg, D.W., (1992). *Approximate inverse mappings in DC resistivity problems*, Geophysical Journal International, Vol. 109, p. 343-362.

Li, Y., and Oldenburg, D.W., (2000). *Joint inversion of surface and three-component borehole magnetic data*, Geophysics, Vol. 65, p. 540–552.

Linde, N., Binley, A., Tryggvason, A., Pedersen, L.B., and Revil, A., (2006). *Structural approach to joint inversion of hydrogeophysical*, Computational Methods for Water Resources, Copenhagen, p. 31-33.

Lines, L.R., Schultz, A.K., and Treitel, S., (1988). *Cooperative inversion of geophysical data*, Geophysics, Vol. 53, p. 8–20.

Loke, M.H., and Barker, R.D., (1995). *Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections*, Geophysics, Vol. 60, p. 1682-1690.

Loke, M.H., and Barker, R.D., (1996). *Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method*, Geophysical Prospecting, Vol. 44, p. 131-152.

Loke, M.H., (2009). *Lecture notes on 2D & 3D electrical imaging surveys*, tiré de <http://www.geoelectrical.com>.

Luo, Y., Xia, J., Liu, J., Liu, Q., and Xu, S., (2007). *Joint inversion of high-frequency surface waves with fundamental and higher modes*, Journal of Applied Geophysics, Vol. 62, p. 375–384.

Lytle, R.J., Okada, J.T., and Concepcion, C., (1980). *The potential field around subsurface electrically excited conductors*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, GE-Vol. 18, p. 240-243.

Mackie, R.L., Bennett, B.R., and Madden, T.R., (1988). *Long-period magnetotelluric measurements near the central California coast: a land-locked view of the conductivity structure under the Pacific Ocean*, Geophysical Journal International, Vol. 95(1), p. 181-194.

Maillot, J.M., Seguin, M.-K., Gupta, O.P., Akhauri, H.M., and Sen, N., (1999). *Electrical resistivity tomography survey for delineating uncharted mine galleries in West Bengal, India*, Geophysical Prospecting, Vol. 47, p. 103-116.

Mari, J.-L., Glangaud, F., and Coppens, F., (2001a). *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens T1 : prospection sismique*, Technip.

Marquardt, D.W., (1963). *An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters*, J. Soc. Ind. App. Math., Vol. 11, p. 431–441.

Mathieu, F., Samyn, K., et Reichart, G., (2015). *Investigations géophysiques électriques et sismiques pour le contrôle de la salinité de la nappe phréatique d'Alsace (68) au droit du bassin potassique*, Journées Scientifiques AGAP Qualité 2015, Grenoble, France.

McManus, D.A., Creager, J.S., Echols, R.J., and Holmes, M.L. (1983). *The Holocene transgression on the Arctic flank of Beringia—Chukchi Valley to Chukchi Estuary to Chukchi Sea*. 365-388, in P.M. Masters and N.C. Flemming, Eds., *Quaternary coastlines and marine archaeology*. New York: Academic Press.

Meju, M.A., (1994). *Geophysical data analysis: Understanding inverse problem, theory and practice*, Course notes series Vol. 6, SEG.

Meju, M., and Gallardo, L.A. (2006). *Joint 2D audiofrequency magnetotelluric and seismic refraction cross-gradients imaging: implications for lithofacies and structural classification*, IAGA WG 1.2 on Electrom. Induction in the Earth, p. 17-23.

Menke, W., (1984). *Geophysical data analysis : discrete inverse theory*, Academic press.

Milsom, J., and Eriksen, A., (2011). *Field geophysics, 4e Édition*. John Wiley & Sons.

Modin I.N., Shevnin V.A., Pervago E.V., Bobatchev A.A., Marchenko M.N., and Lubchikova, A.V., (1994). *Distortion of VES data caused by subsurface inhomogeneities*, 56th EAGE meeting, Vienna, Austria, Expanded Abstracts, p. 129.

Monteiro, F.A.S., Antonio-Andrade R.A., and Dupis, A., (2007). *2d joint inversion of dc and scalar audio-magnetotelluric data in the evaluation of low enthalpy geothermal fields*, Journal of Geophysics and Engineering, Vol. 4, p. 53–62.

Monteiro Santos, F.A., Sultan, S.A., Represesas, P., and El Sorady, A.L., (2006). *Joint inversion of gravity and geoelectrical data for groundwater and structural investigation : Application to the northwestern part of Sinai, Egypt*, Geophysical Journal International, Vol. 165, p. 705–718.

Moorkamp, M., Jones, A.G., and Eaton, D.W., (2007). *Joint inversion of teleseismic receiver functions and magnetotelluric data using a genetic algorithm : Are seismic velocities and electrical conductivities compatible ?* Geophysical Research Letters, Vol. 34(16), p. 1–5.

Nolet, G., (1985). *Solving or resolving inadequate and noisy tomographic systems*. Journal of Computational Physics, Vol. 61, p. 463–482.

Nowack, R.L., and Li, C., (2009). *Seismic tomography*. In : *Handbook of Signal Processing in Acoustics*, Springer, p. 1635–1653.

Oldenburg, D.W., (1978). *The joint inversion of magnetotelluric and direct current observations*, Eos, Trans., Am. Geophy. Union, Vol. 59, p. 1036.

Operto, S., Virieux, J., Dessa, J.-X., and Pascal, G., (2006). *Crustal seismic imaging from multifold ocean bottom seismometer data by frequency domain full waveform tomography : Application to the eastern nankai trough*, Journal of Geophysical Research, Vol. 111, B09306.

Paasche, H., Tronicke, J., Holliger, K., Green, A.G., and Maurer, H., (2006). *Integration of diverse physical-property models: Subsurface zonation and petrophysical parameter estimation based on fuzzy c-means classe analyses*, Geophysics, Vol. 71, p. H33-H44.

Paasche, H. and Tronicke, J., (2007). *Cooperative inversion of 2D geophysical data sets: A zonal approach based on fuzzy c-means classe analysis*, Geophysics, Vol. 72, p. A35-A39.

Paasche, H., Tronicke, J., and Dietrich, P., (2012). *Zonal cooperative inversion of partially co-located data sets constrained by structural a priori information*, Near Surface Geophysics, Vol. 10, p. 103-116.

Paige, C., and Saunders, M.A., (1982). *LSQR : Sparse linear equations and least squares problems, Part I and Part II*, ACM Trans. math. Soft., Vol. 8, p. 43 71.

Park, S.K., and Van, G.P., (1991). *Inversion of pole-pole data for 3-D resistivity structure beneath arrays of electrodes*, Geophysics, Vol. 56, p. 951-960.

Parker, R.L., (1994). *Geophysical inverse theory*, Princeton University Press.

Pasquet, S., (2014). *Apport des méthodes sismiques à l'hydrogéophysique : importance du rapport V_p/V_s et contribution des ondes de surface*, Sciences de la Terre. Université Pierre et Marie Curie-Paris 6 (UPMC).

Pessel, M., and Gibert, D., (2003) *Multiscale electrical impedance tomography*, Journal of Geophysical Research, Vol. 108, p. 2054-2065.

Pica, A., (1997). *Fast and accurate finite-difference solutions of the 3-D eikonal equation parameterized in celerity*, In Expanded Abstracts, 67th Annual SEG Meeting and Exposition, Soc. Expl. Geophys, p. 1774–1777..

Pidlisecky, A., and Knight, R., (2008). *FW2_5D: A MATLAB 2.5-D electrical resistivity modeling code*, Computers and Geosciences, Vol. 34(12), p. 1645-1654.

Podvin, P., and Lecomte, I., (1991). *Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity model : a massively parallel approach and its associated tools*, Geophysical Journal International, Vol. 105, p. 271–284.

Popovici, M., and Sethian, J., (1998). *Three dimensional traveltimes using the fast marching method*, In Expanded Abstracts, 60th Annual EAGE Meeting, p. 1–22

Pous, J., Marcuello, A., and Queral, P., (1987). *Resistivity inversion with a priori information*, Geophysical Prospecting, Vol. 35, p. 590-603.

Qian, J., Zhang, Y., and Zhao, H., (2007). *A fast sweeping method for static convex hamilton-jacobi equations*, Journal of Scientific Computing, Vol. 31(1-2), p. 237–271.

Qin, F., Luo, Y., Olsen, K.B., Cai, W., and Schuster, G.T., (1992). *Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts*, Geophysics, Vol. 57(3), p. 478–487.

Raiche, A.P., Jupp, D.L.B., Rutter, H., and Vozoff, K., (1985). *The joint use of coincident loop transient electromagnetic and Schlumberger sounding to resolve layered structures*, Geophysics, Vol. 50, p. 1618–1627.

Ramze Rezae, M., Lelieveldt, P.P.F., and Reiber, J.H.C., (1998). *A new cluster validity index for the fuzzy c-mean*, Pattern Recognition Letters, Vol. 19, p. 237–246.

Reynolds, J.M., (1997). *An Introduction to applied and environmental geophysics.*, England, Wiley.

Richart, F.E., Hall, J.R., and Woods, R.D., (1970). *Vibrations of soils and foundations*, Prentice-Hall.

Ritz M., Robain H., Pervago E., Albouy Y., Camerlynck C., Descloitres M., and Mariko A., (1999). *Improvement to resistivity pseudosection modelling by removal of near-surface inhomogeneity effects : application to a soil system in South Cameroon*, Geophysical Prospecting, Vol. 47, p. 85-101.

Samyn, K., Cerdan, O., Grandjean, G., Cochery, R., and Bernardie, S., (2012a). *Assessment of vulnerability to erosion: digital mapping of a loess cover thickness and stiffness using spectral analysis of seismic surface-waves*, Geoderma, Vol. 173-174, p. 162-172.

Samyn, K., Traveletti, J., Bitri, A., Grandjean, G., and Malet, J.P., (2012b). *Characterization of a landslide geometry using 3D seismic refraction traveltome tomography : The La Valette landslide case history*, Journal of Applied Geophysics, Vol. 86, p. 120-132.

Samyn, K., Bitri, A., Guérin, R., (2014). *A new structural cooperative inversion approach applied to the tomography of DC resistivity and seismic traveltime*, Near Surface Geoscience 2014 – 20th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics. EAGE, Athènes, Grèce.

Samyn, K., (2016). *Evaluation de méthodes géophysiques couplées pour la caractérisation des formations de proche surface – Test méthodologique de l'approche d'inversion coopérative*, Rapport final. BRGM/RC-65719-FR, Vol. 51.

Sasaki, Y., (1989). *Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data*, Geophysics, Vol. 54, p. 254-262.

Sen, M. K., et Stoffa, P. L., (1995) *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*, Netherlands, Elsevier Science Publications.

Sethian, J.A., (1996). *Level set methods*, Cambridge University Press.

Sheriff, R.E., and Geldart, L.P., (1995). *Exploration seismology*. 2e Édition, Cambridge University Press.

Shima, H. (1992). *2-D and 3-D resistivity image reconstruction using crosshole data*. Geophysics. Vol. 57, p. 1270-1281.

Sima, D.M., (2006). *Regularization techniques in model fitting and parameter estimation*, Proefschrift voorgedragen tot het behalen van het doctoraat in de ingenieurswetenschappen.

Slater, L., Binley, A., Daily, W., and Johnson, R., (2000). *Cross-hole electrical imaging of a controlled saline tracer injection*. Journal of Applied Geophysics, Vol. 44, p. 85-102.

Smith, N.C., and Vozoff, K., (1984). *Two-dimensional DC resistivity inversion for dipole-dipole data*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, GE-22, p. 21-28.

Spakman, W., and Nolet, G., (1988). *Imaging algorithms, accuracy and resolution in delay time tomography*, p. 155–188.

Stright, M.J. (1986). *Evaluation of archaeological site potential on the outer continental shelf using highresolution seismic data*. *Geophysics* 51, 605-622.

Taillandier, C., (2008). *Formulation de la tomographie des temps de première arrivée à partir d'une méthode de gradient : un pas vers une tomographie interactive*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

Tarantola, A., (1987). *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation*, Elsevier, Netherlands.

Tarantola, A., and Valette, B., (1982). *Generalized non linear inverse problem using the least squares criterion*. *Review of Geophysics and Space Physics*, Vol. 20, p. 219-232.

Tiberi, C., Diamant, M., Deverchere, J., Mariani, C.P., Mikhailov, V., Tikhotsky, S., and Achauer, U., (2003). *Deep structure of the baikal rift zone revealed by joint inversion of gravity and seismology*, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 108, p. 1–15.

Tikhonov, A.N., (1963). *The regularization of ill-posed problems*, *Dokl. Akad. Nauk., SSR* Vol. 153, p. 49–52.

Tikhonov, A.N., and Arsenin, V.Y., (1977). *Solutions of Ill-Posed Problems*, John Wiley, Hoboken, N.J.

Tondi, R., Franco, R.D., and Barzaghi, R., (2000). *Sequential integrated inversion of refraction and wide-angle refraction traveltimes and gravity data for two-dimensional velocity structures*, *Geophysical Journal International*, Vol. 141, p. 679–698.

Tronicke, J., Holliger, K., Barrash, W., and Knoll, M.D., (2004). *Multivariate analysis of cross-hole georadar velocity and attenuation tomograms for aquifer zonation*, *Water Resources Research*, Vol. 40, W01519.

Tryggvason, A., and Linde, N., (2006). *Local earthquake (LE) tomography with joint inversion for P- and S-wave velocities using structural constraints*, Geophysical Research Letters, Vol. 33, doi: 10.1029/2005GL025485. issn: 0094-8276.

Van der Sluis, A., and Van der Vorst, H.A., (1987). *Numerical solution of large sparse linear algebraic systems arising from tomographic problems*, In Nolet (éd.), *Seismic tomography with applications in global seismology and exploration geophysics*, D. Reidel publishing company, p. 49-84

van Trier, J., and Symes, W., (1991). *Upwind finite-difference calculation of traveltimes*, Geophysics, Vol. 56(6), p. 812–821.

Vidale, J., (1988). *Finite-difference calculation of travel time*, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 78, p. 2062–2076.

Vogel, C.R., (2002). *Computational methods for inverse problems. Frontiers in applied mathematics*, Society for Industrial and Applied Mathematics.

Vozoff, K., and Jupp, D.L.B., (1975). *Joint inversion of geophysical data*, Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, Vol. 42, p. 977–991.

Wang, Z., Bovick, A.C., Sheick, H.R., and Simoncelli, E.P., (2004). *Image quality assessment: from error visibility to structural similarity*, IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 13(4), p. 600–612.

Wang, W., and Zhang, Y., (2007). *On fuzzy cluster validity indices*, Fuzzy Sets and Systems Vol. 158(19), p. 2095-2117.

Watanabe, T., Matsuoka, T., and Ashida, Y., (1999). *Seismic traveltime tomography using fresnel volume approach*, In Expanded Abstracts, 69th Annual SEG Meeting and Exposition, Soc. Expl. Geophys. p. 1402–1405.

Xie, X.L., and Beni, G.A., (1991). *Validity measure for fuzzy clustering*, IEEE Trans. PAMI, Vol. 3(8), p. 841-846.

Yang, X., and Labrecque, D.J., (1998). *Stochastic inversion of 3D ERT data*, SAGEEP, Chicago.

Yi, M.-J., Kim, J.-H., and Chung, S.-H., (2003). *Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing*, Geophysics, Vol. 68, p. 931–941.

Zelt, C.A., Azaria, A., and Levander, A., (2006). *3d seismic refraction traveltime tomography at a groundwater contamination site*, Geophysics, Vol. 71(5), p. H67–H78.

Zelt, C.A., and Barton, P.J., (1998). *Three-dimensional seismic refraction tomography : A comparison of two methods applied to data from the Faeroe Basin.*, Journal of Geophysical Research, Vol. 103(B4), p. 7187–7210.

Zeyen, H., and Achauer, U., (1997). *Deep structure of the baikal rift zone revealed by joint inversion of gravity and seismology*, In K. Fuchs (ed.), *Upper Mantle Heterogeneities from active and passive seismology*, Kluwer Academic Publishers. p. 155–168.

Zhang, J., Mackie, R.L., and Madden, T.R., (1995). *Three-dimensional resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients*, Geophysics, Vol. 60, p. 1313-1325.

Zhang, J., Rodi, W., Mackie, R.L., and Shi, W., (1996). *Regularization in 3-DC resistivity tomography. Proceeding of the Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, SAGEEP 96, Colorado p. 687-694.

Zhao, H., (2005) *A fast sweeping method for eikonal equations*, Math. Comp., Vol. 74, p. 603–627.

Zhao, H., (2006). *Parallel implementations of the fast sweeping method*, UCLA CAM06-13.

Zhdanov, M. S., (2001). *Geophysical inverse theory and regularization problems. Methods in Geochemistry and Geophysics*, 36, Elsevier.

Zhou, J., Revil, A., Karaoulis, M., Hale, D., Doetsch, J., and Cuttler, S., (2014). *Image-guided inversion of electrical resistivity data*, Geophysical Journal International, Vol. 197, p. 292–309.

Annexes

Annexe 1 – A new structural cooperative inversion approach applied to the combined tomography of DC resistivity and seismic traveltime



A new structural cooperative inversion approach applied to the combined tomography of electrical resistivity and seismic refraction travel times

K. Samyn^{1, 2*}, A. Bitri¹, R. Guérin²

¹BRGM, 3 avenue C. Guillemin, BP 36009, Orléans, France

²Université Pierre et Marie Curie, UMR7619 Sisyphe, 4 Place Jussieu, Paris 6

Abstract

We present a new cooperative inversion approach that allows for a combined inversion of independent physical parameters by exchanging structural information. The technique is based on an iterative cluster analysis step using a Fuzzy c-Mean technique (FCM). Cluster analysis aims at identifying groups of similar objects, and helps to discover distribution of patterns and interesting correlations in data sets. An occurring specific pattern of one parameter facilitates the development of coherent structure in the other using a reference model term in the least square solution associated to the linearized minimization of the cost function problem. In the presence of structures that can be seen by both methods it leads to sharp contrasted models. The technique is applied to the inversion of electrical resistivity and seismic refraction travel times. Two synthetic co-located data sets show how different structures are resolved with and without structural cooperative inversion. It is discussed how the quality of the inversion results is improved by the new approach.

Introduction

The combined interpretation of different measurement types is a basic principle to confine the ambiguity of the inverse problems in geophysics. In the existing approaches, one inverts for one parameter using an augmented data vector (Vozoff and Jupp, 1975). This is only possible if all measurements depend on the same parameter or if the parameters are interconnected by some petrophysical relationship. However, often such a relationship does not exist, as for electrical conductivity and seismic velocity. Nevertheless, we expect at least similar structures in the resulting models. The challenge is to facilitate similar structures without enforcing it. Gallardo and Meju (2004) presented an algorithm where a combined data functional based on the cross-gradients of both models is minimized. However, one problem is the weighting of the individual data and model updates for different data numbers and convergence properties. Günther and Rücker (2006) presented an approach where two inversion runs are carried out separately. The combination of both models is accomplished by mutually controlled structural weights based on the principles of robust modeling. To provide more information to Electrical

Resistivity Tomography (ERT), recently, Zhou *et al.*, (2014) proposed an image-guided inversion of the electrical resistivity data. This approach uses structural information obtained directly from a guiding image but suffers from the need of a high resolution geophysical method (e.g. migrated seismic or ground penetrating radar images) or possibly from a geological cross-section based on some prior geological expertise. In this paper we describe a new approach where the combination of both methods is done using a reference model obtained by a Fussy c-Mean (FCM) cluster analysis step and used in the least square solution associated to the linearized minimization of the cost function. First we describe the minimization problem. Thereafter we introduce the building of the reference model using the cluster analysis and how structural information may be interchanged. The application on a step-like synthetic model shows how the structural cooperative inversion improves the model reconstruction.

Inversion

The minimization procedure

The inverse problem can be solved using iterative reweighted least-squares techniques applied to the minimization of the following weighted model functional

$$\varphi(m) = \|W_d(d - F(m))\|_2^2 + \beta \|W_c(m - m_{ref})\|^2 \quad (1)$$

where m is the model parameters and d is the observed data. The first term in Eq. (1) is the misfit functional, which is a measure of misfit between the theoretical values $F(m)$ and the observed data d . W_c and W_d are the weighting diagonal matrix that represents penalty factors for the different model cell boundaries and data, respectively.

Assuming no a-priori information about the data, the least-square solution associated to the linearized problem of the cost function minimization (Tarantola, 1987) results in the following iterative equation:

$$\Delta m_k = (J^t J + \beta W_c^t W_c)^{-1} (J^t (d - F(m)) - \beta W_c^t W_c (m_n - m_{ref})) \quad (2)$$

where J is the Jacobian matrix and J^t is the transpose of matrix J . In the case of ERT, the Jacobian matrix is computed using differential calculus and the 2.5D approximation for forward modeling is solved according to Pidlisecky and Knight (2008). Travel time seismic data are inverted using a SIRT algorithm (Grandjean and Sage, 2004). A Fresnel wave-path approach (Watanabe *et al.*, 1999) is used for the forward modeling of seismic travel time data and the calculation of the Jacobian matrix.

When a reference model is incorporated in the Eq. (2), the term m_{ref} ensures that the final model exhibits a small departure from the reference model.

The reference model

Fuzzy C-Means (FCM) is an unsupervised clustering algorithm. The description of the original algorithm dates back to Bezdek (1973) and Dunn (1974). FCM attempts to find the most characteristic point in each cluster, which can be considered as the “centroid” of the cluster and, then, the grade of membership for each object in the clusters. Such aim is achieved by minimizing the objective function defined as follow:

$$J_m(U, V) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ij}^m \|x_{j,o} - v_i\|^2 \quad (3)$$

where n is the total number of patterns in a given data set, o is the number of parameters in

the data set and c is the number of clusters; $X = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} \\ x_{2,1} & x_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{n,1} & x_{n,o} \end{pmatrix} \subset R^s$ and $V = \{v_1, \dots, v_c\} \subset R^s$

are the feature data and cluster centroids; and $U = [u_{ij}]_{c \times n}$ is a fuzzy partition matrix composed of the membership grade of pattern x_j to each cluster i . $\|x_j - v_i\|$ is the Euclidean norm between x_j and v_i . The weighting exponent m is called the fuzzifier which can have influence on the clustering performance of FCM.

After each iteration of the inversion procedure, an FCM analysis is performed using the normalized parameters model m_k as data. A reference model is then obtained for each parameter applying the following equations to the resulting fuzzy partition matrix for which the membership grade has been implemented by the cluster centroids values:

$$m_{prior_{j,1}} = u_j \mapsto v_{i,1} \quad m_{prior_{j,2}} = u_j \mapsto v_{i,2} \quad (4)$$

In this way, structural information may be interchanged between the two parameters models.

The cooperative inversion approach

The cooperative inversion scheme is illustrated in figure 1 for electrical resistivity and refraction travel time tomography. We assume both parameters exist on the same grid.

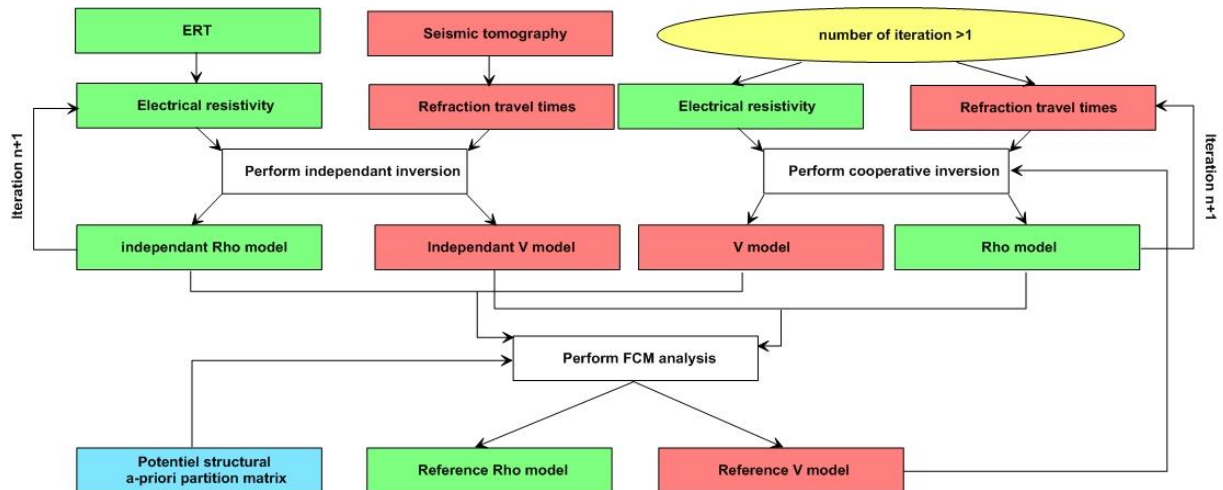


Figure. 1: Flow chart illustrating the key steps of the cooperative inversion and the incorporation of potential structural a priori information.

We choose a starting resistivity model ρ_0 and velocity model V_0 . A first iteration is performed independently. In the next step the FCM analysis is performed on the updated parameters models to build up reference models as described in the previous section. Thus the exchange of structural information is achieved by the created reference matrices. References models for the two parameters are then used, in the least square solution associated to the

linearized minimization of their respective cost functions (Eq. 2). We proceed with this until convergence is achieved, resulting in the final models ρ_n and V_n . Let's note that a structural a-priori information can be included in the FCM process in the form of a conditional partition matrix illustrating for example the known presence of a basement or not.

Application

Figure 2a shows the used synthetic model. Note that both resistivity and velocity show a similar structure based on a rectangular mesh. Let's note that both apparent resistivity and seismic travel time from the forward calculation have been noisified applying a random standard deviation of 2% on the data. First we invert the data separately, i.e. without structural coupling. Figure 2b shows the resulting models. Both exhibit the main features but the V_p model resolve the sharp boundaries only by a smooth gradient while the ρ model doesn't achieve in resolving the high resistivity basement accurately, especially in the left part of the model. The step is expressed as a slope.

Then, we introduce structural coupling using the cooperative inversion approach yielding the inversion results in the figure 2c. The boundaries, particularly the vertical one, are reproduced much clearer on the V_p model. On the ρ model, the resistant basement also appears more clearly.

Finally, an a-priori structural information is brought into the FCM analysis using a conditional partition matrix equal to 1 where the basement is known and 0 when it is not. Here again, the structure of both is improved (Figure. 2d).

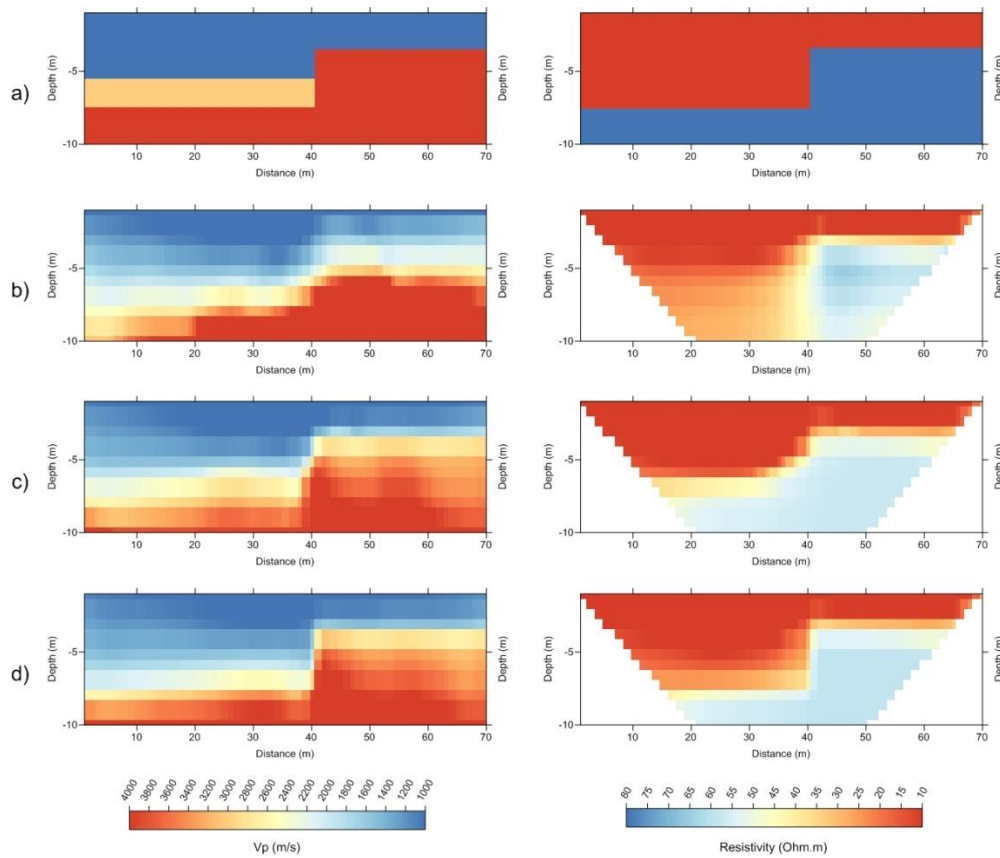


Figure. 2: a) synthetic model used to test the inversion approach, b) inversion results without structural coupling, c) inversion results using the structural cooperative inversion approach and d) inversion results using a-priori structural information in the cooperative inversion approach.

Conclusions

We presented a new approach for the cooperative inversion of independent parameters by structural exchange based on a FCM analysis. The experiment on a synthetic model shows that for co-located data, the ambiguity is reduced and the structure is better resolved. In order to assess the reliability of the approach, the cooperative inversion should be tested on a synthetic model for which some boundaries can only be seen by one parameter. In this case, a progress track could be to consider a weighting matrix in equation (2) that represents penalty factors on the coupling for places in the model where the two parameter models don't exhibit similar structures. Finally, the technique must be applied to field data to prove its applicability.

References

- Bezdek, J.C. Fuzzy mathematics in pattern classification, Ph.D. Dissertation, Cornell University, Ithaca, NY, 1973.
- Dunn, J.C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact, well-separated clusters, *J. Cybernet.* 3 (1974) 32–57.
- Gallardo, L. A. and Meju, M. A. (2004). Joint two-dimensional dc resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *J. Geophys. Res.*, 109:03311.
- Grandjean, G., Sage, S., 2004. JaTS: a fully portable seismic tomography software based on Fresnel wavepaths and a probabilistic reconstruction approach. *Computers and Geosciences* 30, 925–935.
- Günther, T. and C. Rücker (2006): A new joint inversion approach applied to the combined tomography of dc resistivity and seismic refraction data, 19th SAGEEP, Seattle (USA)
- Pidlisecky, A., Knight, R. 2008. FW2.5D: A MATLAB 2.5-D electrical resistivity modeling code, *Computers & Geosciences* 1645-1654.
- Tarantola, A. (1987). *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation*. Elsevier, Netherlands.
- Vozoff, K. and Jupp, D. L. B. (1975). Joint inversion of geophysical data. *Geoph. J. R. astr. Soc.*, 42:977– 991.
- Watanabe, T., Matsuoka, T., Ashida, Y., 1999. Seismic traveltimes tomography using Fresnel volume approach. 69th Proceedings Society Exploration Geophysics, Houston, USA, SPRO12.5.
- Zhou, J., Revil, A., Karaoulis, M., Hale, D., Doetsch, J., Cuttler, S. 2014. Image-guided inversion of electrical resistivity data, *Geophysical Journal International* 2014.

Annexe 2 – Forage AUB121

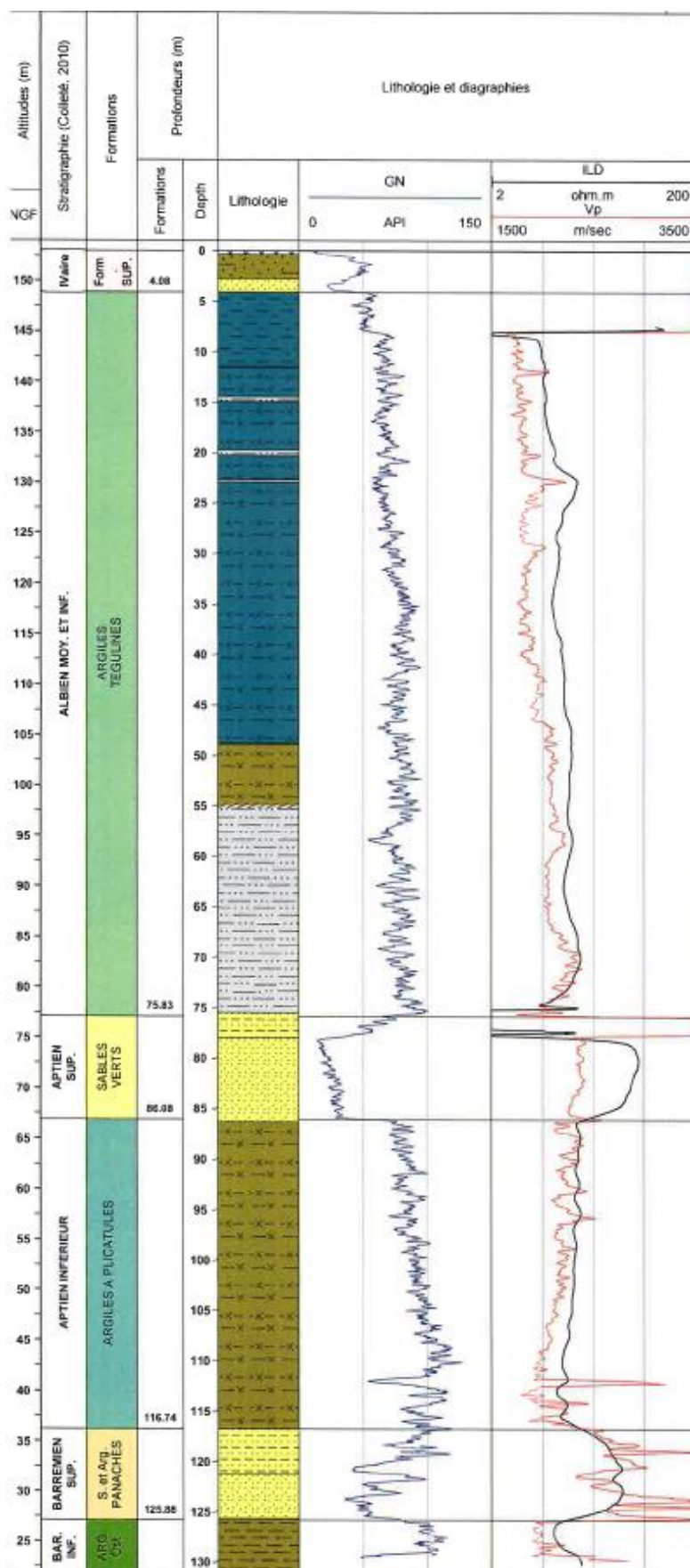


Table des illustrations

Figure 1 : Les problèmes directs et inverses en tomographie électrique et sismique relient respectivement un modèle de résistivité aux résistivités apparentes et un modèle de vitesse aux temps de première arrivée. Le triangle inversé jaune représente la position de la source sismique dans le modèle de vitesse.	11
Figure 2 : Principe de la mesure en courant électrique continu.	24
Figure 3 : Disposition générale d'électrodes où A et B sont les électrodes de courant, M et N , les électrodes de potentiel ($0 < \theta, \Phi < \pi$).	25
Figure 4 : Principe de construction d'une pseudo-section pour un dispositif Wenner- α	26
Figure 5 : Exemple de résultat d'une inversion. En haut, la pseudo-section de résistivités apparentes mesurées. En bas, le modèle de résistivité issu de l'inversion. Au centre, la pseudo-section de résistivités apparentes calculée sur la base du modèle de résistivité par une inversion dite robuste (norme $L1$). L'erreur (ABS) constitue la différence entre les deux premières pseudo-sections (ici 4.4%).	28
Figure 6 : (a) Réflexion en A avec un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence i_1	31
Figure 7 : Schéma d'un dispositif d'acquisition sismique. $R0$ et $R1$ représentent deux Roll-along consécutifs (d'après Pasquet, 2014).	32
Figure 8 : Exemple de tir sismique avec application d'un gain de type AGC. Les flèches indiquent : les premières arrivées de l'onde P directe (en rouge) ; les premières arrivées de l'onde P réfractée (en bleu) ; des réflexions des ondes P (en jaune) ; les ondes de surface (en vert). Les premiers temps d'arrivée pointés manuellement sont représentés par les points rouges.	34
Figure 9 : Schéma illustrant la discrétisation en grille cartésienne d'un modèle de lenteur $s = (s_j)$ et la trajectoire d'un rai entre une source et un récepteur (d'après Taillandier, 2008)...	35
Figure 10 : Représentation de trois zones de Fresnel calculées pour une fréquence f de 100 Hz (a), 200 Hz (b) et 300 Hz (c) dans un milieu homogène de vitesse $V_p=500$ m/s (modifié d'après Gance et al., 2012).	36
Figure 11 : La méthode Gauss-Newton définit le minimum de la parabole qui est tangente à la fonction à minimiser (et qui a la même courbure locale). La parabole tangente à la fonction coût au point courant est définie en utilisant l'information de courbure. Le point mis à jour correspond à la projection du minimum de la parabole (extrait de Tarantola, 1987).	44
Figure 12 : (a) Cross-diagramme des valeurs normalisées des paramètres (points blancs) pour chaque cellule des modèles. Les carrés rouges représentent les centroïdes des zones obtenues par la méthode FCM pour un nombre de zones défini à 4. L'échelle de couleur caractérise le degré d'appartenance $\ x_j - v_i\ ^2$ associé au processus de minimisation de la fonction (33) de chaque valeur des modèles par rapport à leur centroïde respectif.	49
Figure 13 : Illustration schématique à l'itération N de l'algorithme proposé pour l'inversion coopérative des données de tomographies électrique et sismique. Les items encadrés par des rectangles correspondent aux étapes clef du processus d'inversion, ceux encadrés par des ellipses correspondent aux paramètres des modèles et ceux encadrés par des rectangles arrondis correspondent aux éléments définis par l'utilisateur.	52
Figure 14 : a) Modèle de résistivité. b) Solution analytique donnant la répartition du potentiel électrique dans l'espace pour les positions des électrodes. c) Différence absolue entre la solution analytique et la solution obtenue avec l'approche FW-2.5D (modifié d'après Pidlisecky and Knight, 2008).	54
Figure 15 : (a) Modèle de vitesse V_p . (b) Carte des temps obtenue avec la méthode FMM dans l'espace du modèle. (c) Zone de Fresnel calculées pour un couple source-récepteur pour	

une fréquence f de 50 Hz. (d) Zone de Fresnel calculées pour un couple source-récepteur en surface pour une fréquence f de 200 Hz.	55
Figure 16 : Tracé de la L-curve et de sa courbure. Le paramètre de régularisation optimal est représenté par un cercle au niveau du maximum de courbure (d'après Günther, 1975).	57
Figure 17 : Modèles synthétiques 1. (a) et (b) modèles du log de résistivité et de vitesse V_p , (c) et (d) résistivités apparentes et temps de première arrivée sismique modélisés avec ajout du bruit gaussien.	61
Figure 18 : Illustration schématique à l'itération N pour le modèle synthétique 1 de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1}\Delta m_n$. Ici, la contrainte du terme a priori Δm_n est constante sur toutes les cellules des modèles électrique et sismique, c'est-à-dire tel que $W=I$ dans (30). $\rho\Omega$	62
Figure 19 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 1 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles initiaux, (c) modèles obtenus après inversion séparée et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec $W = I$. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.	63
Figure 20 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).	64
Figure 21 : Illustration schématique à l'itération N , pour le modèle synthétique 1, de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1}\Delta m_n$. Ici, la matrice de sensibilité de chaque méthode est introduite dans le terme $C_M^{-1}\Delta m_n$ via la matrice W , de manière à appliquer à l'autre méthode, uniquement dans les zones de forte sensibilité, la contrainte du terme a priori.	65
Figure 22 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 1 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles initiaux, (c) modèles obtenus après inversion séparée et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme a priori. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.	66
Figure 23 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).	67
Figure 24 : Illustration schématique à l'itération N , pour le modèle synthétique 1, de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1}\Delta m_n$. Ici, l'information structurale supplémentaire est prise en compte dans la classification FCM via une matrice d'indicateurs numériques 1, 2 et 3.	70
Figure 25 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 1 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles obtenus après inversion séparée, (c) modèles obtenus après inversion coopérative seule et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte de l'information structurale supplémentaire dans la classification FCM. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.	71
Figure 26 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).	72
Figure 27 : Modèles synthétiques 2. (a) et (b) modèles du log de résistivité et de vitesse V_p , (c) et (d) résistivités apparentes et temps de première arrivée sismique modélisés avec ajout du bruit gaussien.	75
Figure 28 : Variation de l'indice SSIM au terme du processus d'inversion coopérative, en fonction du nombre de classes utilisé pour l'étape de classification FCM pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite).	76

Figure 29 : Variations des mesures de validité utilisées en fonction du nombre de classes pour la classification FCM du modèle de résistivité issu de l'inversion séparée. Les flèches rouges indiquent le nombre de classes pour lequel la mesure de validité en question est déterminante.	77
Figure 30 : Variations des mesures de validité utilisées en fonction du nombre de classes pour la classification FCM du modèle de V_p issu de l'inversion séparée. Les flèches rouges indiquent le nombre de classes pour lequel la mesure de validité en question est déterminante.	78
Figure 31 : (haut) Variations de l'erreur RMS normalisée en fonction du log (β) et (bas) courbure associée pour l'inversion coopérative électrique (gauche) et sismique (droite).	80
Figure 32 : Illustration schématique à l'itération N, pour le modèle synthétique 2, de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$ avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme a priori.	83
Figure 33 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 2 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles initiaux, (c) modèles obtenus après inversion séparée et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte des matrices de sensibilité pour la pondération du terme a priori. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique. .	84
Figure 34 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).	85
Figure 35 : Illustration schématique à l'itération N, pour le modèle synthétique 2, de la construction du modèle a priori de chaque paramètre avec la classification FCM et du terme $C_M^{-1} \Delta m_n$. Ici, l'information structurale supplémentaire est prise en compte dans la classification FCM via une matrice d'indicateurs numériques 0 ou 1.	86
Figure 36 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle synthétique 2 pour les tomographies électrique (gauche) et sismique (droite). (a) modèles synthétiques, (b) modèles obtenus après inversion séparée, (c) modèles obtenus après inversion coopérative seule et (d) modèles obtenus après inversion coopérative avec prise en compte de l'information structurale supplémentaire dans la classification FCM. Les lignes noires représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.	87
Figure 37 : (Haut) erreur RMS normalisée et (bas) indice SSIM en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite).	88
Figure 38 : Implantations du profil investigué par les méthodes électrique et sismique et du forage carotté AUB121 sur le site d'étude, sur fond de carte IGN (projection Lambert 93). .	95
Figure 39 : Exemple d'enregistrement sismique du profil avec application d'un gain de type AGC avec fenêtre glissante de 200 ms. Les flèches indiquent : les premières arrivées de l'onde P (en rouge), les réflexions des ondes P (en jaune), les ondes de surface (en vert). ...	96
Figure 40 : (a) résistivités apparentes filtrées et (b) temps de première arrivée sismique pour le processus d'inversion.	97
Figure 41 : Etapes du traitement sismique réflexion sur les données du profil sismique. (a) enregistrement brut, (b) application d'une déconvolution spike et d'un filtre fréquentiel, (c) application d'un mute et (d) application de la correction NMO.	100
Figure 42 : Portion de section stack du profil (gauche) et spectres d'amplitude associés pour chaque trace (droite).	101
Figure 43 : Coupe de sismique réflexion obtenue.	102
Figure 44 : Modèles structuraux issus de l'interprétation de la coupe sismique réflexion. Les deux hypothèses d'interprétation possible pour l'hétérogénéité sédimentaire observée sont respectivement présentées en haut et en bas. Les indices numériques 1 à 6 correspondent aux	

différentes unités géologiques identifiées sur les coupes sismiques réflexion HR à partir des informations du forage AUB121. Ces modèles sont discrétisés avec une maille carrée de 5 m x 5 m.	103
Figure 45 : Résultats des inversions réalisées sur les données de résistivités apparentes du profil pour l'approche séparée (a), l'approche coopérative avec le modèle structural 1 (b) et le modèle structural 2 (c). Les lignes noires pointillées représentent les limites d'investigation du dispositif d'acquisition électrique.	106
Figure 46 : Résultats des inversions réalisées sur les données de temps de première arrivée du profil pour l'approche séparée (a), l'approche coopérative avec le modèle structural 1 (b) et le modèle structural 2 (c). Les lignes noires pointillées représentent la limite de sensibilité de la tomographie sismique.....	107
Figure 47 : Erreur RMS normalisée en fonction des itérations du processus d'inversion électrique (gauche) et sismique (droite) pour les différentes approches d'inversion. Les inversions coopératives réalisées avec les modèles structuraux 1 et 2 sont respectivement appelées Coop 1 et Coop 2 dans la légende.....	108
Figure 48 : Comparaison des profils 1D des paramètres résistivité et V_p obtenus à l'abscisse du forage AUB121. Les logs de paramètres du forage apparaissent en lignes noires pleines.	108

Imagerie de subsurface à partir d'une approche géophysique multi-méthode basée sur l'inversion structurale coopérative 2D. Nouvelle formulation théorique et applications numériques et expérimentales sur des données électriques et sismiques.

Résumé:

Pour mieux comprendre les résultats géophysiques en termes de géologie, il est important d'utiliser différents types de données acquises par plusieurs méthodes. Une seule méthode géophysique n'a pas nécessairement la résolution suffisante pour expliquer la géologie. Avec une seule méthode, il peut être difficile de donner un sens géologique aux anomalies observées dans les modèles. L'inversion coopérative, en revanche, est une approche permettant de combiner des données de différentes natures. L'inversion conjointe peut être réalisée de deux façons : structurale ou petrophysique. On peut subdiviser les inversions conjointes en deux groupes : l'inversion conjointe de méthodes sensibles au même paramètre physique, et l'inversion coopérative de méthodes sensibles aux paramètres de natures différentes, comme l'électrique et la sismique. Dans ce travail de thèse, on propose de combiner une inversion coopérative par zonation et une méthode Gauss-Newton de minimisation de la fonction coût. L'inversion coopérative par zonation consiste à utiliser séquentiellement une approche de classification non-hiérarchique *fuzzy c-means* (FCM) et un algorithme d'inversion séparée. Dans un processus itératif, l'algorithme de classification non-hiérarchique est appliqué sur les résultats obtenus par inversion séparée pour générer des modèles composés de plusieurs zones homogènes représentant chacune une certaine lithologie du milieu investigué. Les modèles ainsi construits sont ensuite utilisés comme modèles *a priori* dans l'expression du terme de covariance *a priori* sur l'espace des modèles dans une nouvelle étape d'inversion séparée. La solution obtenue par une telle approche peut être biaisée vers le modèle *a priori* qui est fonction du nombre de classes dans l'algorithme de classification non-hiérarchique. Pour résoudre ce problème, nous proposons l'utilisation d'un paramètre de régularisation choisi par une méthode dérivée de la méthode *L-curve* qui permet de pondérer l'impact du modèle *a priori* sur la solution dans le cas où la géologie ne se prête pas à une segmentation des modèles et de réduire l'effet du biais que pourrait introduire un mauvais *a priori*. Le choix du nombre de classes pour la construction du modèle *a priori* est ainsi également rendu moins crucial. La méthodologie développée durant cette thèse est testée et validée sur deux modèles synthétiques. Une application est réalisée sur des données réelles acquises dans le cadre d'un projet de recherche de l'agence nationale pour la gestion des déchets radioactifs (Andra) pour la caractérisation d'un site d'intérêt. Au vu des résultats de cette application, l'utilisation d'une approche coopérative pour l'inversion des données électrique et sismique permet l'obtention d'un modèle géologique (structure et propriétés) plus robuste et cohérent avec toutes les données. Les variations de paramètres en profondeur sont définies de manière plus précise avec cette approche.

Mots clés : inversion coopérative, inversion séparée, méthode électrique, méthode sismique, sismique réflexion, tomographie, vitesse des ondes P (V_p), résistivité électrique.

Subsurface imaging using a 2D structural cooperative inversion approach of multi-method geophysical data. Theoretical formulation, numerical and experimental applications to electrical and seismic data.

Abstract :

Understanding geology from geophysical investigation is better when information is obtained from different kinds of data. A single method may not have sufficient resolution to provide the expected information. Joint inversion is a step forward to quantitatively combine data of different nature. Joint inversion may be considered in two different ways, petrophysical or structural. We may subdivide a joint inversion into two categories, joint inversion of data function of the same physical parameter, and cooperative inversion of data of different nature such as electrical and seismic data. In this work, we propose to combine a zonal cooperative inversion scheme with a Gauss-Newton method for minimizing the cost function. The basic idea of zonal cooperative inversion is to use cooperatively *fuzzy c-means* (FCM) classe analysis and separate inversion algorithm. For each iteration classe analysis of separate inversion results is used to construct models composed by several classes that contain the parameter characteristics of dominant subsurface structures. These constructed models are then used in the expression of the model space *a priori* covariance term in a new stage of separate inversion. The resulting models are then possibly biased to *a priori* models which depend on the number of classes. To overcome this problem, we formulate the inverse problem using a regularization parameter selected by an adapted *L-curve* method to weigh the impact of the *a priori* model on the solution when geology cannot be described by segmented models. The advantage of such a formulation is to avoid undesirable bias towards the starting model and leads to significantly improved spatial resolution for consistent prior information. Hence, the choice of the number of classe to create the *a priori* model is although less important. The developed methodology is tested and validated on two synthetic models. An experimental application is performed on real data acquired as part of a research survey of the National Agency for Radioactive Waste Management (Andra) for the characterization of a site of interest. Given the results of this application, the use of a cooperative approach for the inversion of electrical and seismic data allows the reconstruction of a more robust geological model, consistent with all the data. The variations of the parameters with depth are more precisely described using this approach.

Keywords : cooperative inversion, separate inversion, electrical method, seismic method, reflection seismic, tomography, P-wave velocity (V_p), electrical resistivity.